

**Cezary Rzymkowski**

Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa

## **WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**

### **T8. Metody i narzędzia pomiaru i szacowania sił i momentów w układzie mięśniowo-szkieletowym człowieka**

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Na podstawie:

David A. Winter,  
*Biomechanics and motor control of human movement*, 4th ed.,  
John Wiley & Sons, Inc., 2009



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



### Siły i momenty sił

**WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**

KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

### SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

- ❖ **Możliwości bezpośrednich pomiarów sił w układzie mięśniowo-szkieletowym człowieka są bardzo ograniczone.**
- ❖ Technicznie możliwe jest wykorzystanie czujników, które po wszczępieniu chirurgicznym, potrafią mierzyć siłę wywieraną przez mięśnie na ścięgna.
- ❖ Jednakże taka technika pomiaru jest dotychczas stosowana w bardzo ograniczonym zakresie, tylko podczas eksperymentów, głównie z wykorzystaniem zwierząt.
- ❖ Pojawiają się również doniesienia o próbach eksperymentalnego instalowania czujników pomiarowych w endoprotezach stawów wszczępianych ze względów medycznych.
- ❖ Głównym powodem ograniczającym wykorzystanie pomiarów bezpośrednich jest ich inwazyjność.
- ❖ **Dlatego w praktyce wykorzystywane są metody pośrednie, bazujące na modelach wirtualnych ciała człowieka (głównie wielocłonowych; w niektórych przypadkach korzysta się też z modeli wykorzystujących metodę elementów skończonych) i danych z pomiarów nieinwazyjnych (antropometrycznych i kinematycznych).**

**WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**

KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

### SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

$M = M_p - M_z$

**WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**  
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI  
 Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, udostępniany nieodpłatnie  
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

### SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

- ❖ Na podstawie pełnego opisu kinematycznego<sup>\*)</sup>, dokładnych pomiarów antropometrycznych oraz wartości sił zewnętrznych jesteśmy w stanie obliczyć siły reakcji w stawach i momenty „netto” sił generowanych przez mięśnie działających w poszczególnych stawach.
- ❖ Obliczenia takie noszą nazwę rozwiązania odwrotnego zadania dynamiki i są bardzo ważnym narzędziem w uzyskiwaniu informacji o aktywności mięśni w każdym stawie.
- ❖ Informacje uzyskane w ten sposób są przydatne do oceny poprawności treningu, planowania przebiegu i oceny skutków operacji ortopedycznej, rehabilitacji itp.

<sup>\*)</sup> Metody pozyskiwania danych kinematycznych zostały zaprezentowane w module T7.

**WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI**  
KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI  
 Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, udostępniany nieodpłatnie  
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy dla odwrotnego zadania dynamiki

- ❖ Wartość uzyskanych wyników zależy od jakości modelu, na podstawie którego zostały uzyskane, m.in. słuszności przyjętych założeń upraszczających (np. dotyczących geometrii stawów), zastosowanego aparatu matematycznego itp.
- ❖ Dla uzyskania prawidłowych wyników z dobrego modelu, konieczne jest ponadto wprowadzenie dostatecznie dokładnych wartości jego parametrów (np. mas oraz momenty bezwładności poszczególnych segmentów, położenia środków mas, wzajemnego usytuowania względem siebie poszczególnych stawów i lokalnych układów współrzędnych związanych z poszczególnymi segmentami, własności materiałowych itp.).
- ❖ Dane te można uzyskać korzystając z bezpośrednich pomiarów oraz (gdy wyniki bezpośrednich pomiarów są niedostępne) z odpowiednich tabel statystycznych, uwzględniając (w najprostszym przypadku) wzrost wagę oraz płęć badanej osoby.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Założenia dla typowego modelu dla odwrotnego zadania dynamiki

- ❖ Położenie środka masy, w układzie związanym z danym segmentem, jest stałe w trakcie ruchu.
- ❖ Wszystkie stawy są kuliste lub zawiasowe (przez cały czas).
- ❖ Moment bezwładności każdego segmentu, względem środka jego masy, jest stały w trakcie ruchu.
- ❖ Każdy badany segment (element) posiada masę skupioną w środku masy.
- ❖ Długość każdego segmentu (odległość między ograniczającymi go stawami) jest stała w trakcie ruchu.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

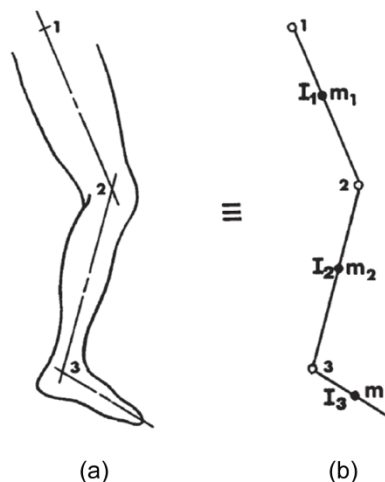




## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model anatomiczny a model obliczeniowy

- ❖ Rysunek pokazuje podobieństwo między modelem anatomicznym (a) i obliczeniowym (b) kończyny dolnej.
- ❖ Masy poszczególnych segmentów  $m$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  są skupione w punktach. Odległości tych punktów od stawów są stałe. Długości segmentów również są stałe tak jak i ich momenty bezwładności  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Siły uwzględniane w modelu obliczeniowym

- ❖ Siły grawitacyjne  
– siły ciężkości działają w dół (zgodnie z kierunkiem wektora przyspieszenia ziemskiego), na masy poszczególnych segmentów (modelowane jako masy skupione położone w środkach mas tych segmentów), równe iloczynowi masy danego segmentu i przyspieszenia ziemskiego ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ).
- ❖ Siły zewnętrzne  
– wszystkie siły działające na model muszą być dokładnie zmierzone (jak np. siły reakcji podłoża na stopy) lub wyznaczone/oszacowane w sposób pośredni; ponieważ wszystkie siły muszą być przedstawione w postaci wektorów, to konieczne jest ustalenie ich punktów przyłożenia.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Siły uwzględniane w modelu obliczeniowym

- ❖ Siły mięśni/więzadeł
  - aktywność mięśni w stawach można obliczyć jako momenty („netto”) sił generowanych przez te mięśnie:
    - jeżeli staw jest ściskany, to analiza obejmuje wypadkową sił mięśni agonistycznych i antagonistycznych działających na ten staw,
    - elementy pasywne takie jak więzadła, ograniczają zakres ruchu w stawie,
    - momenty sił wytwarzane przez te tkanki są uwzględniane w bilansie momentów wytwarzanych przez mięśnie w czasie ruchu; określenie wpływu pasywnych elementów na stawy jest możliwe tylko podczas ich działania,
    - elementy odpowiadające za skurcz w mięśniach generują w rzeczywistości większe wartości momentów siły, niż te przejawiające się w ścięgnach (m.in. wpływ tarcia w mięśniach), jednak ta różnica jest niewielka (kilka procent).
- ❖ Ponadto należy brać pod uwagę również tarcie występujące w stawach, które zmniejsza „użyteczną” wartość momentu „mięśniowego”.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI  
Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

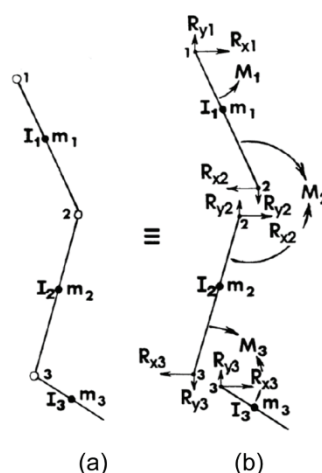


UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów”

- ❖ Przedstawione wcześniej 3 rodzaje sił uwzględnić należy w modelu obliczeniowym.
- ❖ Na potrzeby obliczeń pierwotny model obliczeniowy (a) zastępowany jest modelem „uwolnionym od więzów” (b).
- ❖ Wykorzystuje się tu znaną z mechaniki zasadę, w myśl której można zastąpić działanie więzów (w naszym przypadku wynikających z istnienia/budowy poszczególnych stawów) odpowiednimi reakcjami (siłami i momentami reakcji), co pozwala traktować poszczególne segmenty jako ciała swobodne znajdujące się pod działaniem omówionych sił czynnych i reakcji więzów (sił biernych).



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI  
Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

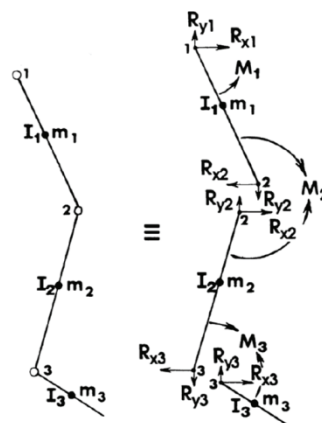


UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów”

- ❖ Zgodnie z trzecią zasadą Newtona w każdym stawie, w rozważanym modelu, działającym siłom „akcji” odpowiadają siły „reakcji” (równe co do wartości modułu o przeciwnym zwrocie).
- ❖ Przekłada się to odpowiadające sobie obciążenia *dystalnych* („dalszych”) i *proksymalnych* („bliższych”) końców łączących się w danym stawie segmentów.
- ❖ Pozwala to na iteracyjne wyznaczenie wszystkich nieznanymi sił/momentów sił w kolejnych stawach, poczynając od segmentów, dla których znane są obciążenia *dystalnych* końców (np. reakcje stóp z podłożem zmierzone za pomocą platform tensometrycznych) lub są to obciążenia zerowe (np. dłoń bez kontaktu z otoczeniem).



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



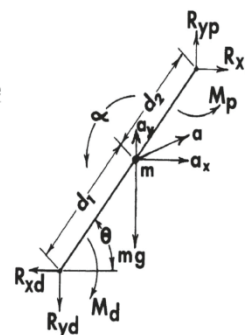
## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – podstawowe równania

Rozważmy ruch płaski segmentu, w którym dane kinematyczne, antropometryczne oraz wartości sił reakcji na jednym z końców tego segmentu (dla ustalenia uwagi przyjmijmy: *dystalnym*) są znane.

#### Wielkości znane:

- $m, I_0$  – masa i moment bezwładności względem osi prostopadłej do płaszczyzny ruchu przechodzące przez środek masy,
- $a_x, a_y$  – składowe wektora przyspieszeń liniowych działających na środek masy segmentu,
- $\alpha$  – przyspieszenie kątowe segmentu względem osi prostopadłej do płaszczyzny ruchu przechodzącej przez środek masy,
- $\theta$  – położenie kątowe segmentu na płaszczyźnie XY względem osi X,



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

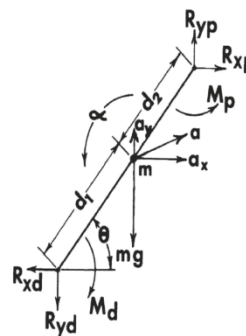
### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – podstawowe równania

#### Wielkości znane:

- $g$  – przyspieszenie ziemskie (kierunek przeciwny do osi Y),  
 $d_1, d_2$  – odległości środka masy od końca *dystalnego* i *proksymalnego* segmentu,  
 $R_{xd}, R_{yd}$  – składowe sił reakcji działających na *dystalny* koniec segmentu (wyznaczone wcześniej),  
 $M_d$  – moment „netto” sił mięśniowych działających na *dystalny* koniec segmentu (wyznaczony wcześniej),

#### Wielkości nieznanne:

- $R_{xp}, R_{yp}$  – składowe sił reakcji działających na *proksymalny* koniec segmentu,  
 $M_p$  – moment „netto” sił mięśniowych działających na *proksymalny* koniec analizowanego segmentu.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – podstawowe równania

#### Równania równowagi dla składowych sił

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow R_{xp} - R_{xd} = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow R_{yp} - R_{yd} = ma_y$$

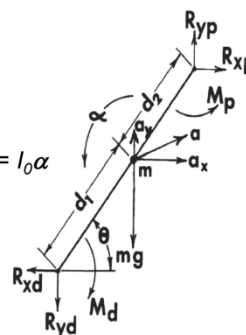
#### Równania równowagi dla momentów

(względem środka masy)

$$\Sigma M = I_0 \alpha$$

$$\rightarrow M_p + \cos(\theta)R_{yp} + \cos(\theta)R_{yd} - M_d - \sin(\theta)R_{xp} - \sin(\theta)R_{xd} = I_0 \alpha$$

Należy zauważyć, że aby obliczyć moment sił mięśniowych na końcu proksymalnym rozważanego segmentu, trzeba wcześniej wyznaczyć składowe siły reakcji  $R_{xp}$  oraz  $R_{yp}$ .



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

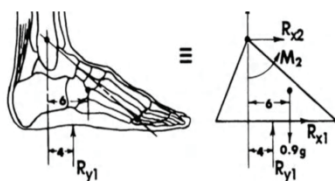


## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – PRZYKŁAD

Analizowana osoba stoi nieruchomo na jednej nodze, na płaskim podłożu. Siła reakcji podłoża działa 4 cm przed punktem oznaczającym staw skokowy. Masa badanego obiektu to 60kg, a masa stopy to 0,9kg. Należy obliczyć siły reakcji w stawie skokowym oraz moment sił mięśniowych („netto”).

Należy pamiętać, że przyjmuje się, że skumulowana siła reakcji podłoża  $R_{y1}$  zawsze działa w górę. Składowa pozioma siły reakcji  $R_{x1}$  działa w kierunku dodatnim (w prawo). Jeżeli siła ta działałaby w rzeczywistości w lewo, to należałoby przyjąć wartość ujemną.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – PRZYKŁAD

Przyspieszenia:  $a_x, a_y, \alpha = 0$  (brak ruchu)

$$R_{y1} = \text{masa ciała} = 60 \times 9,8 = 588 \text{ N}$$

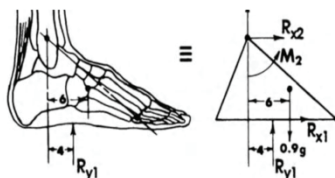
Równania równowagi składowych sił:

$$\Sigma F_x = ma_x, \quad \Sigma F_y = ma_y,$$

$$R_{x2} + R_{x1} = ma_x = 0 \quad R_{y2} + R_{y1} - mg = ma_y$$

$$R_{y2} + 588 - 0,9 \times 9,8 = 0 \rightarrow R_{y2} = -579,2 \text{ N}$$

Ujemna wartość  $R_{y2}$  oznacza, że siła działająca stopę w stawie skokowym jest skierowana w dół.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie





## Zagadnienie udziałów mięśniowych – współdziałanie mięśni

- ❖ Z rozwiązania odwrotnego zadania dynamiki można otrzymać **zbiorcze /wypadkowe przebiegi/wartości sił i momentów („netto”)** rozwijanych przez odpowiednie grupy mięśni „napędzających” poszczególne stawy.
- ❖ Jeśli następnie zachodzi **potrzeba wyznaczenia sił rozwijanych przez poszczególne mięśnie** to rozwiązanie takiego zadania jest znacznie trudniejsze. Wyznaczenie wartości sił mięśniowych lub wartości pobudzeń mięśni w trakcie realizowanego ruchu nazywane jest **zagadnieniem udziałów mięśniowych**<sup>\*)</sup>.
- ❖ Problem związany z wyznaczeniem poszczególnych sił mięśniowych polega na **nadmiernej liczbie mięśni- siłowników w stosunku do ruchliwości** układu kostnego. Ruch zgięcia w stawie łokciowym może być zrealizowany przez jeden mięsień, natomiast w układzie rzeczywistym jest realizowany przez kilka mięśni.

<sup>\*)</sup> W dalszej części prezentacji wykorzystano kilka slajdów z modułu: T8. *Współdziałanie mięśni* (M. Surowiec, C. Rzymkowski), opracowanego na potrzeby wykładu z przedmiotu *Wprowadzenie do biomechaniki*, MEiL PW, Warszawa 2015.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## SIŁY I MOMENTY SIŁ W UKŁADZIE MIĘŚNIOWO-SZKIELETOWYM

### Model obliczeniowy „uwolniony od więzów” – PRZYKŁAD

Równania równowagi momentów sił względem środka masy:

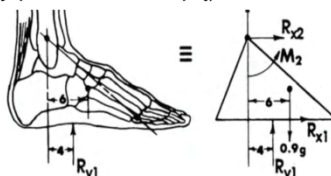
$$\Sigma M = I_0 \alpha$$

↓

$$M_2 - R_{y1} \times 0,02 - R_{y2} \times 0,06 = 0$$

$$M_2 = 588 \times 0,02 + (-579,2 \times 0,06) = -22,99 \text{ Nm}$$

Ujemna wartość  $M_2$  oznacza, że rzeczywisty moment działający na stopę w stawie skokowym wywiera akcję w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara powodując nacisk przedniej części stopy na podłoże (co odzwierciedla składowa pionowa siły reakcji między podłożem a stopą).



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie





## Zagadnienie udziałów mięśniowych

- ❖ Zadanie wyznaczenia sił mięśniowych, w sytuacji gdy liczba napędów jest znacznie większa niż liczba stopni swobody nie posiada jednoznacznego rozwiązania i dla wyznaczenia sił mięśniowych stosuje się idee zaczerpnięte z teorii sterowania, teorii sieci neuronowych albo wykorzystując algorytmy optymalizacyjne.
- ❖ Grupa metod wyznaczania sił mięśniowych – oparta na metodach optymalizacyjnych stosowana jest najczęściej. Zakłada się w nich, że mięśnie działają w zgodzie z określonymi kryteriami, które wynikają z minimalizacji określonych funkcji celu.
- ❖ Zastosowanie tu mają metody optymalizacji zarówno dynamicznej, w której poszukiwane są funkcje sił i pobudzeń mięśniowych na podstawie funkcjonu opisującego zasady współpracy, jak i optymalizacji statycznej, w której wyznaczone są wartości sił i pobudzeń na podstawie funkcji kryterium współpracy.



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## Optymalizacja statyczna

Zadanie optymalizacji statycznej polega na wyznaczeniu wartości  $p$  parametrów  $y_1, \dots, y_p$ , które zapewnią minimalną wartość funkcji tych parametrów  $L$

$$L(y) = L(y_1, \dots, y_p) = \min$$

przy ograniczeniach równościowych co do momentów

$$M_{res}^{(i)}(y) = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

i nierównościowych co do sił mięśniowych i pobudzeń

$$0 \leq f^i \leq f_{max}^i \quad 0 \leq a^i \leq 1$$



WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



## Zagadnienie udziałów mięśniowych

Założenie:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{M}$$

gdzie:

$R_i$  – promień wodzący  $i$ -tego mięśnia,

$F_i$  – siła  $i$ -tego mięśnia,

$M$  – sumaryczny moment sił w stawie,

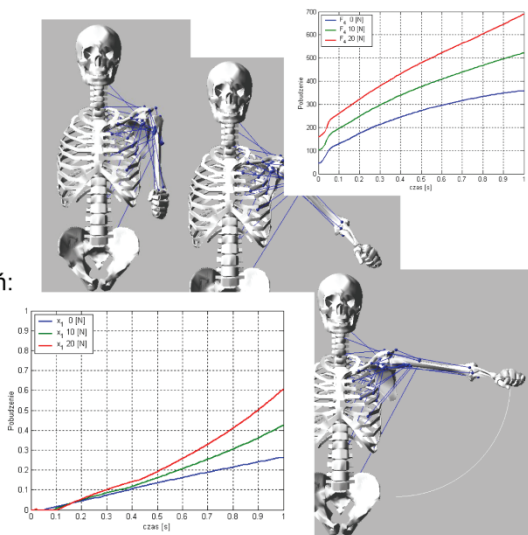
$n$  – liczba mięśni.

Siła generowana przez  $i$ -ty mięsień:

$$F_i(l, v) = \sigma_i A_i x_i f_1(l) f_2(v)$$

Kryterium optymalizacyjne:

$$J(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min$$



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



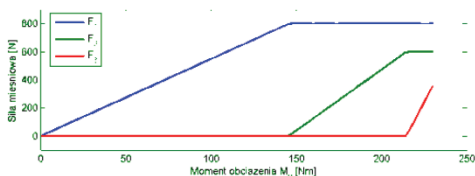
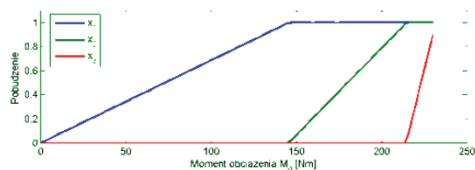
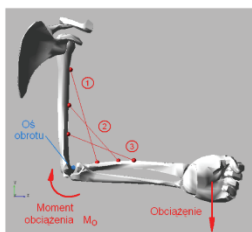
## Kryteria współpracy mięśni

### Kryterium liniowe

Jest dosłownym przełożeniem wytrzymałościowego kryterium najmniejszych naprężeń mięśniowych. Punktem wyjścia jest w tym przypadku wskaźnik jakości równy sumie pobudeń wszystkich mięśni.

$$J = \sum_{i=1}^n x_i$$

gdzie:  
 $i$  – numer mięśnia,  
 $n$  – liczba mięśni w układzie.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



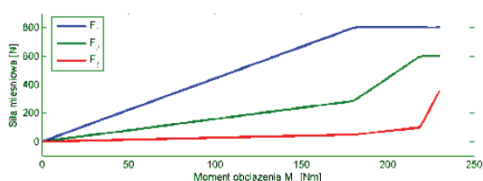
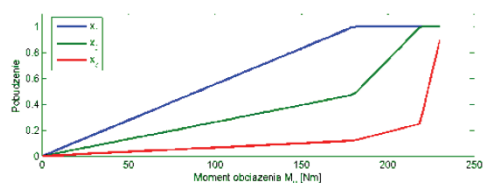
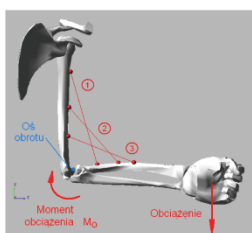
## Kryteria współpracy mięśni

### Kryterium kwadratowe

To kryterium optymalizacyjne oparte o zastosowanie funkcji minimalizacji jako sumy kwadratów pobudzeń mięśniowych. Jest to pierwszy przykład kryterium opartego o funkcje nieliniową.

$$J = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad \text{gdzie:}$$

$i$  – numer mięśnia,  
 $n$  – liczba mięśni w układzie.



#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



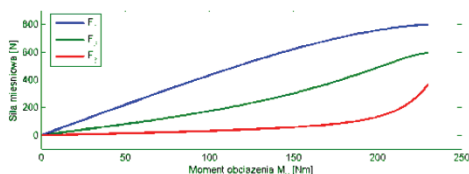
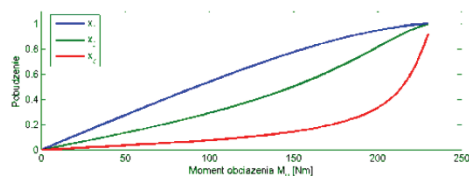
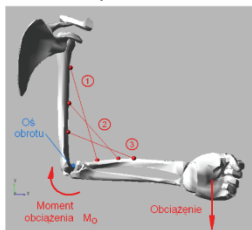
## Kryteria współpracy mięśni

### Kryterium łagodnego nasycenia

Oparte jest o minimalizację funkcji spełniająca dodatkowe założenie, jakim jest co najmniej dwukrotna różniczkowalność w przedziale (0,1). Dzięki temu uzyskiwane krzywe pobudzeń mięśniowych mają gładki, łagodny charakter.

$$J = \sum_{i=1}^n \left(1 - \sqrt{1 - x_i^2}\right)$$

gdzie:  
 $i$  – numer mięśnia,  
 $n$  – liczba mięśni w układzie.



#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



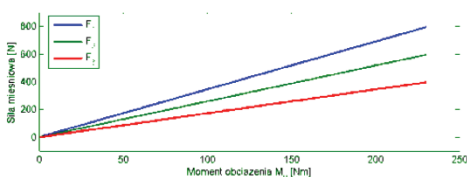
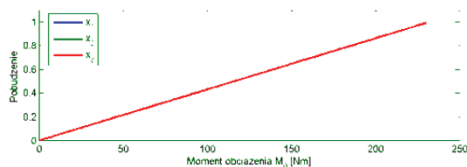
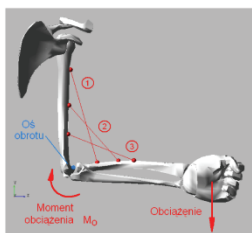
## Kryteria współpracy mięśni

### Kryterium minimax

Inne podejście podane jest w kryterium minimax, które jest rozwinięciem kryterium potęgowego (przy  $n \rightarrow \infty$ ). Przewidywania pobudzeń w oparciu o to kryterium mają charakter linowego wzrostu pobudzeń od wartości minimalnej do maksymalnej.

$$J = \max_i x_i$$

gdzie:  
 $i$  – numer mięśnia,  
 $n$  – liczba mięśni w układzie.

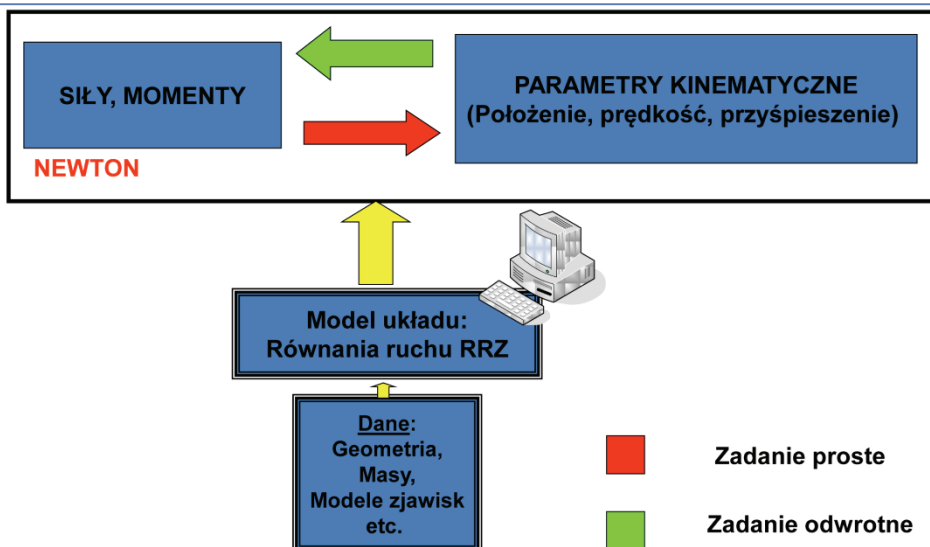


#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



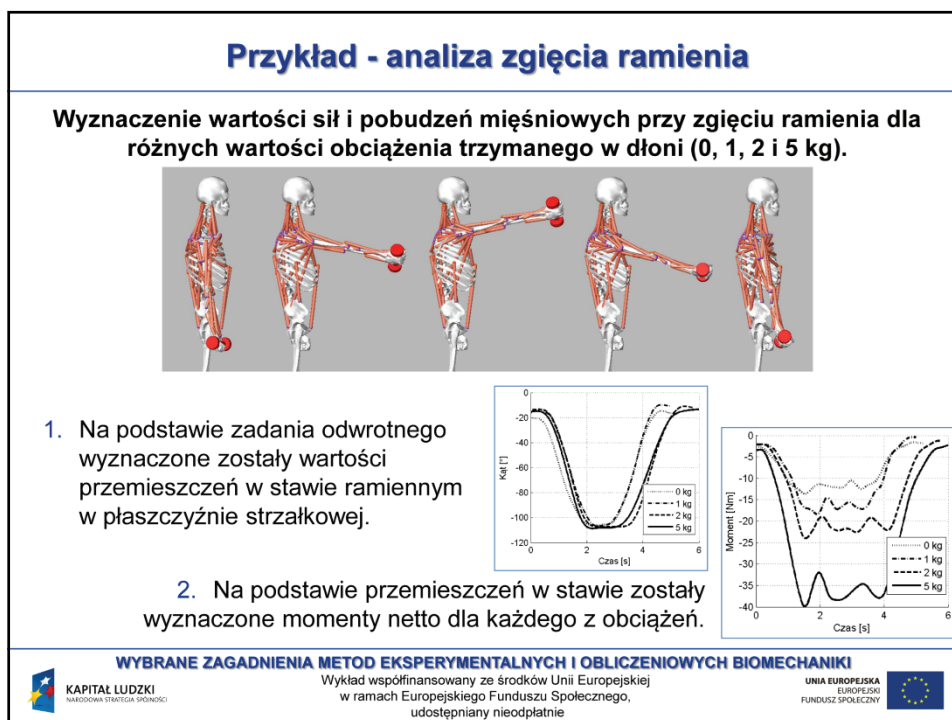
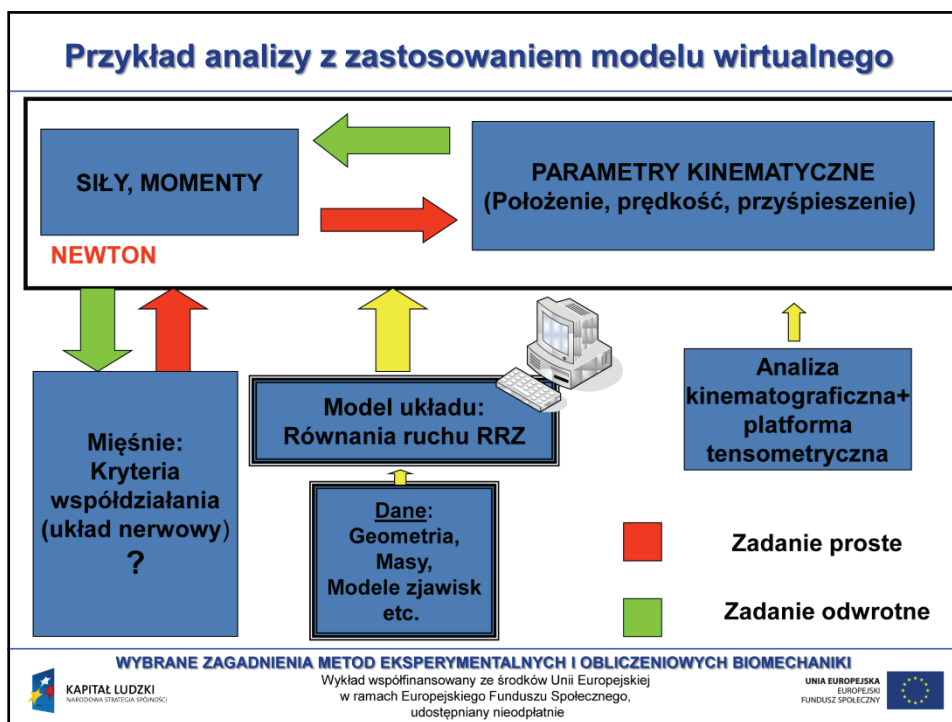
## Przykład analizy z zastosowaniem modelu wirtualnego



#### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

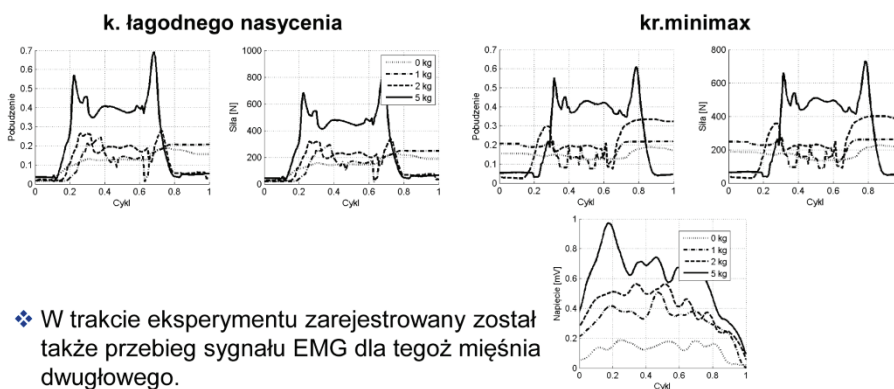
Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie





## Przykład - analiza zgięcia ramienia

- ❖ Na podstawie wartości momentów netto w stawach oraz wyznaczonych parametrów kinematycznych mięśni przeprowadzona została optymalizacja kryterialna dla wszystkich mięśni modelu.
- ❖ Otrzymane wartości pobudzeń i sił dla mięśnia dwugłowego dla dwóch kryteriów



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## Uwagi końcowe, źródła, piśmiennictwo

- ❖ Podstawowe źródło wykorzystanych informacji i materiału wyjściowego do ilustracji:  
David A. Winter: Biomechanics and motor control of human movement, 4th ed., John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- ❖ Warto zapoznać się z:  
pełnym tekstem rozdz. 5 wymienionej wyżej książki.
- ❖ Wykorzystano również:  
kilka slajdów z modułu: T8. *Współdziałanie mięśni* (M. Surowiec, C. Rzymkowski), opracowanego na potrzeby wykładu z przedmiotu *Wprowadzenie do biomechaniki*, MEiL PW, Warszawa 2015.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

### WYBRANE ZAGADNIENIA METOD EKSPERYMENTALNYCH I OBLICZENIOWYCH BIOMECHANIKI

Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY





**Dziękuję za uwagę**



Wykład współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego,  
udostępniany nieodpłatnie



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

