

# Zadanie planowania ścieżki robota mobilnego

1. *Klasyczne metody poszukiwania najkrótszej ścieżki*
2. *Inne metody*

# Omaiwane metody planowania:

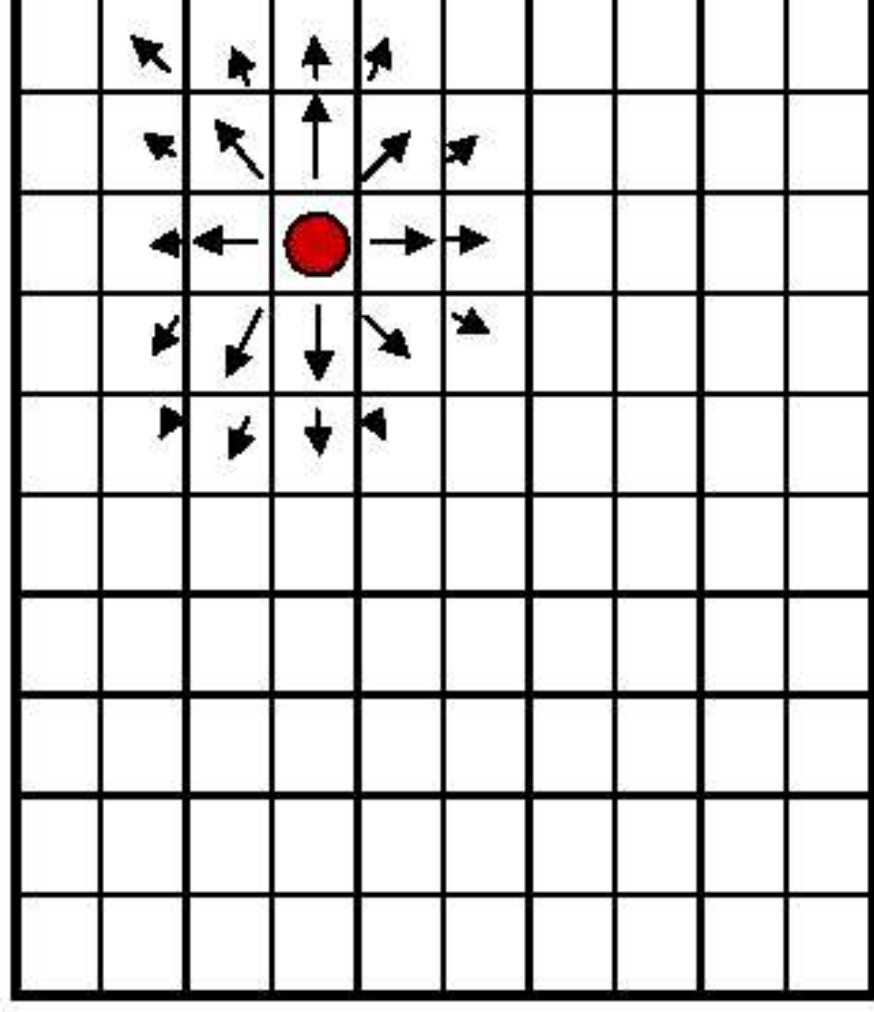
- Metoda pól potencjałowych
- Algorytm Dijkstry - poszukiwanie najkrótszej ścieżki w grafie
- Algorytm dyfuzyjny - poszukiwania najkrótszej ścieżki na mapie rastrowej
- Algorytm A\*
- Planowanie lokalne
- Szkic algorytmów genetycznych
- Szkic algorytmów mrówkowych
- Logika rozmyta w robotyce

# Metoda pól potencjałowych

- Pole potencjałowe: pole wektorowe
  - w reprezentacji komputerowej - tablica wektorów
- Wektor tego pola:
  - długość wektora reprezentuje moduł siły działającej na robota
  - kierunek i zwrot wektora reprezentuje kierunek i zwrot tej siły
- Przestrzeń pola wektorowego - przestrzeń dwuwymiarowa (mapa z lotu ptaka)

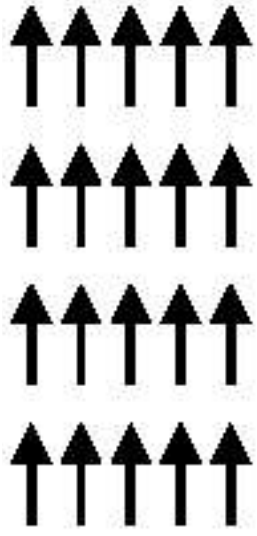
# Metoda pól potencjałowych

- Mapa - komórkowa (rastrowa)
- Obiekty na mapie generują pole sił

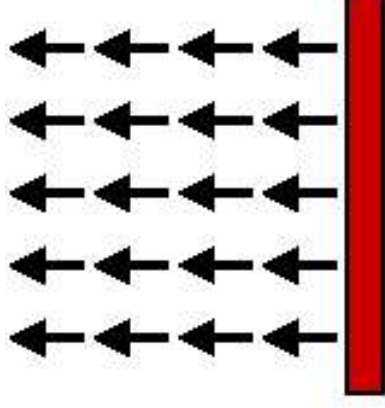


# Podstawowe typy pól potencjałowych

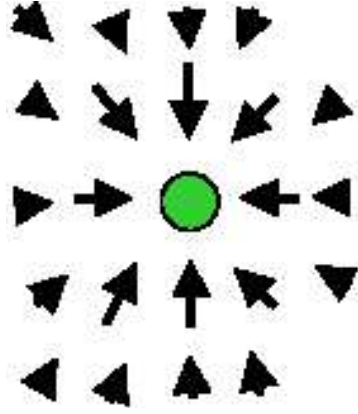
Jednorodne



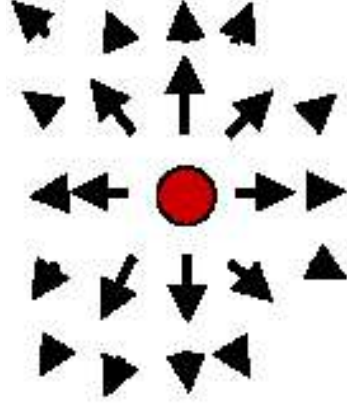
Prostopadłe



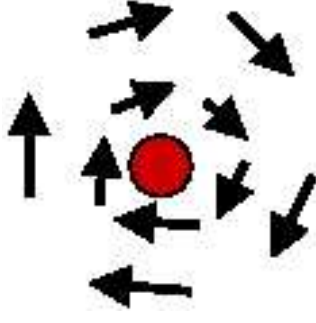
Przyciągające



Odpychające

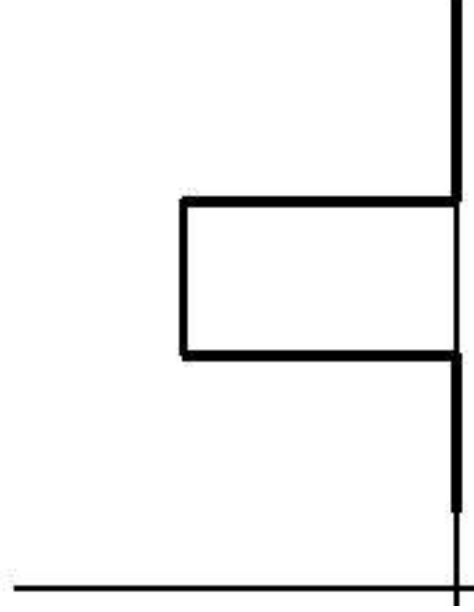


Styczne

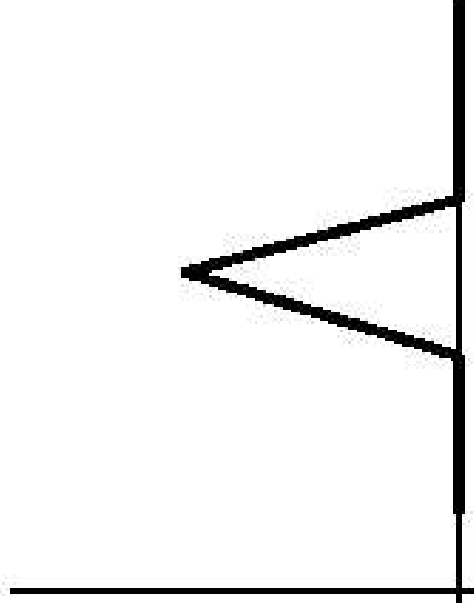


# Zależność modułu siły od odległości

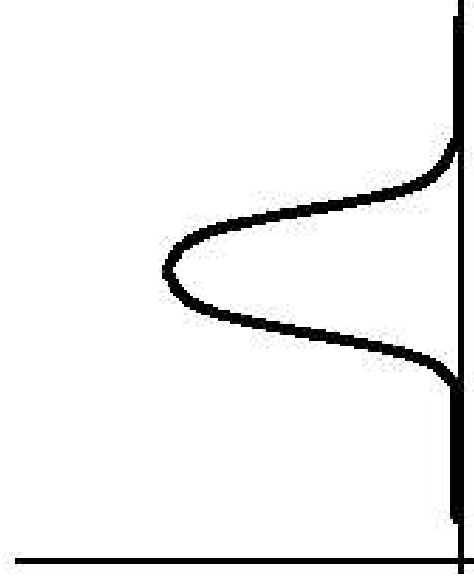
a zarazem zależność prędkości robota od odległości  
od obiektu generującego pole siłowe



stała



liniowa

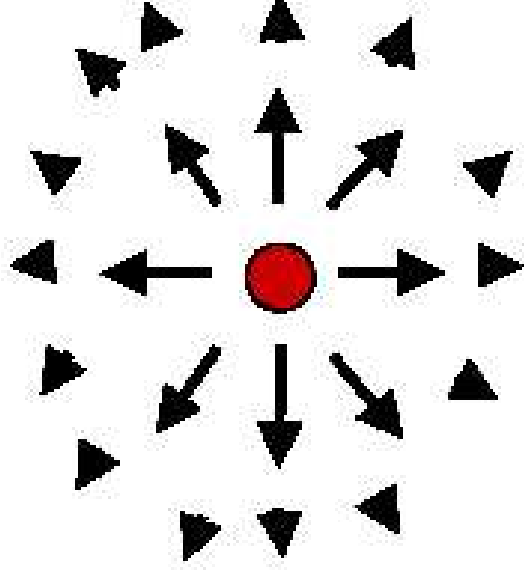


ekspotencjalna

# Przykład opisu pola odpychającego

z liniową zależnością siły od odległości

$$V = \begin{cases} \frac{(D-d)}{D} & \text{dla } d \leq D \\ 0 & \text{dla } d > D \end{cases}$$



gdzie  $D$  jest maksymalną odległością, przy której pole oddziałuje na robota

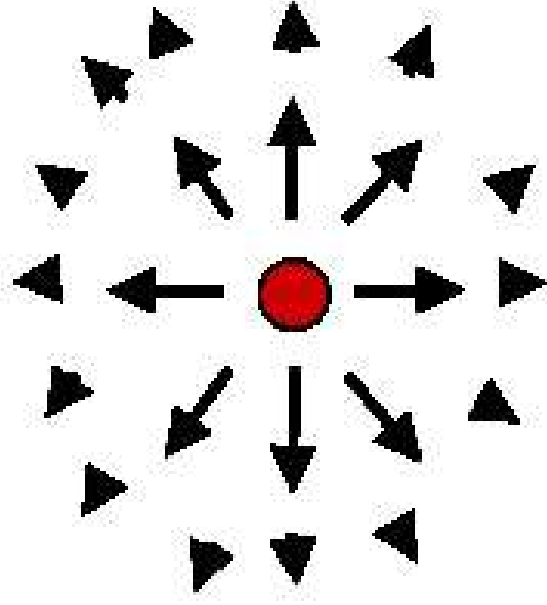
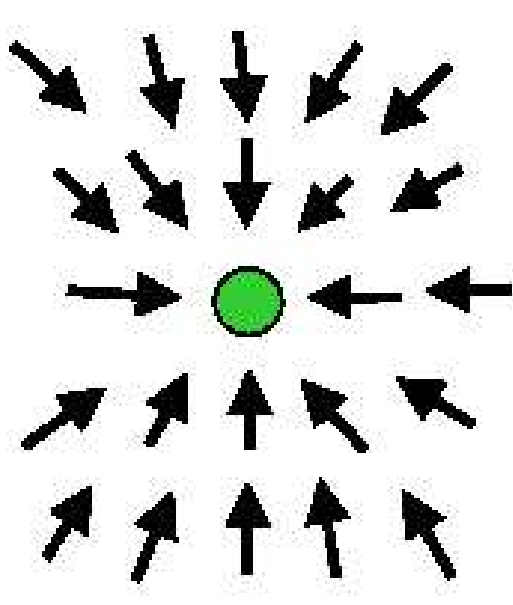
# Obliczanie pola potencjałowego

- Nie trzeba wyznaczać całości pola wektorowego, bo ograniczamy się w obliczeniach tylko do bezpośredniego otoczenia robota
- Robot na podstawie analizy działających na niego pól potencjałowych oblicza sumaryczny wektor sił



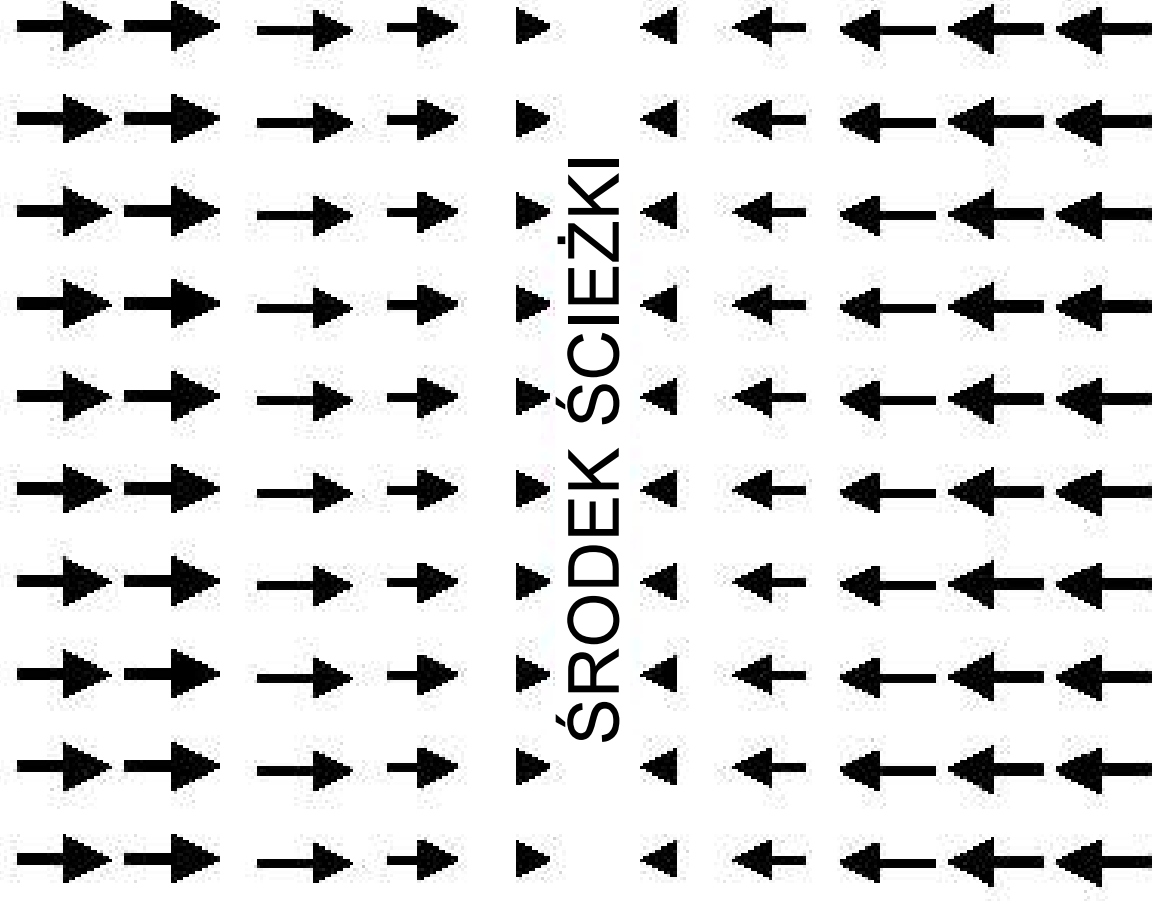
# Przykładowe pola do różnych zadań

- Przyciąganie generowane przez cel robota
  - kierunek i zwrot - do celu
  - wartość - stała
- Odpychanie, aby uniknąć kolizji z przeszkodą (nieruchomą):
  - kierunek i zwrot od przeszkody
  - wartość - maleje eksponencjalnie wraz z odległością
  - wewnątrz przeszkody - wartość równa nieskończoności



# Następne przykładowe pola

- Pozostań na środku ścieżki (korytarza)
  - kierunek prostopadły do kierunku ścieżki
  - zwrot do środka ścieżki
  - wartość:
    - duża i stała poza ścieżką
    - mniejsza na ścieżce
    - maleje liniowo w miarę zbliżania się do środka

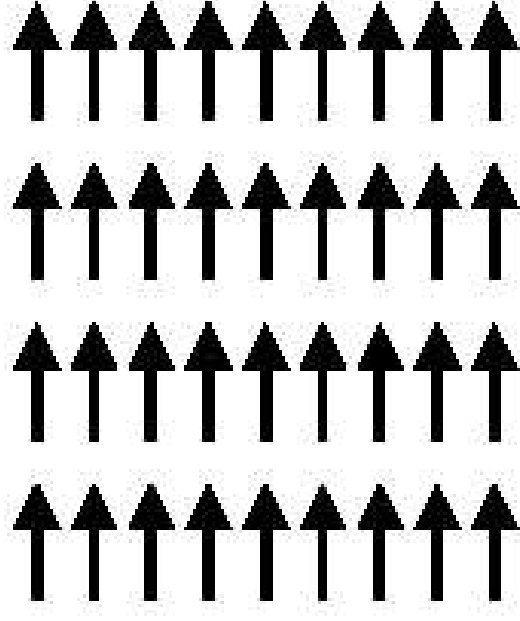


# Następne przykładowe pola

- Ruch na wprost w określonym

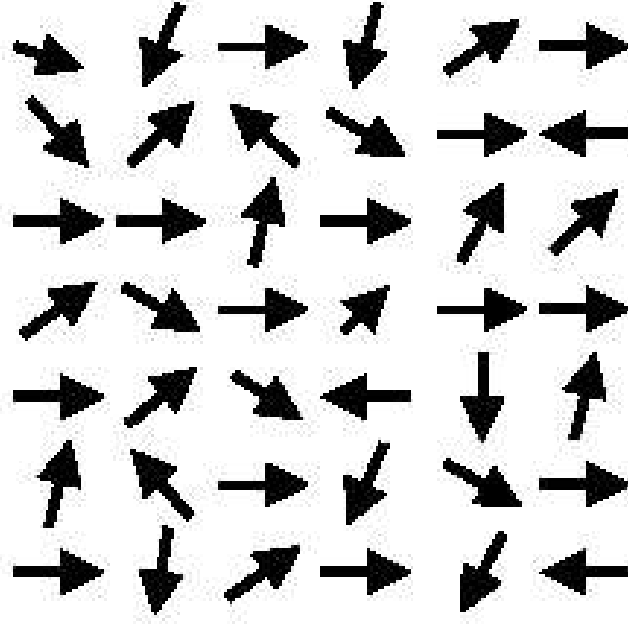
kierunku:

- kierunek i zwrot - stały
- wartość - stała

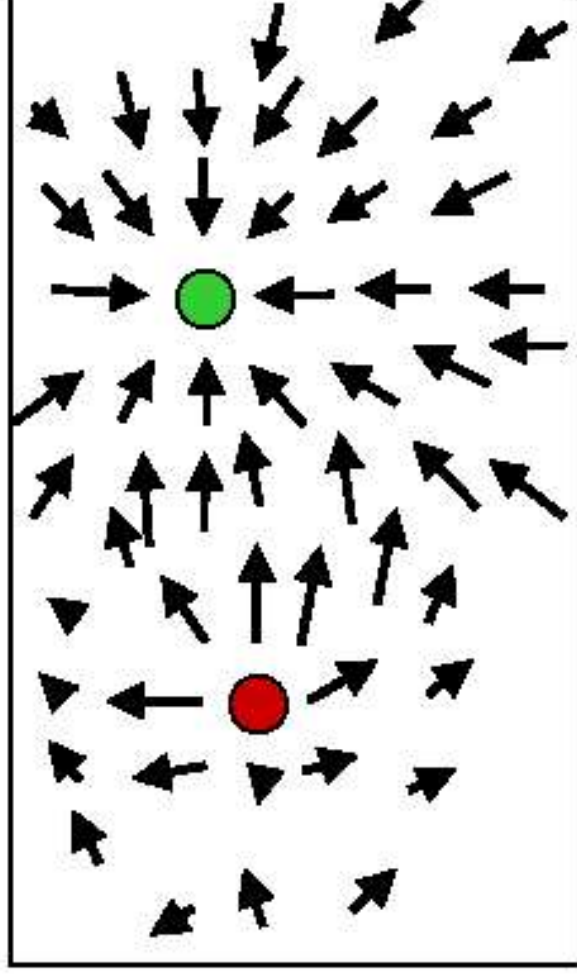
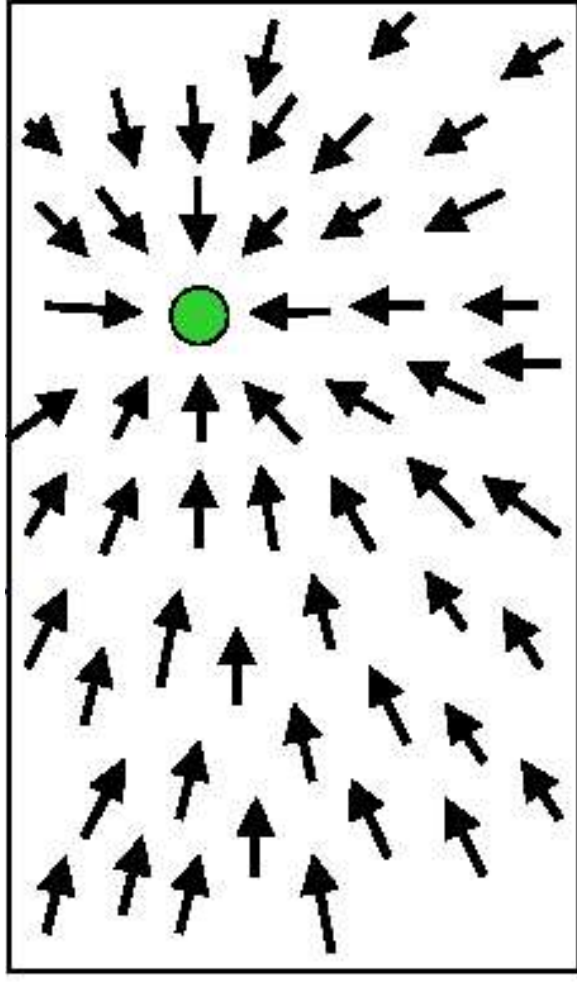
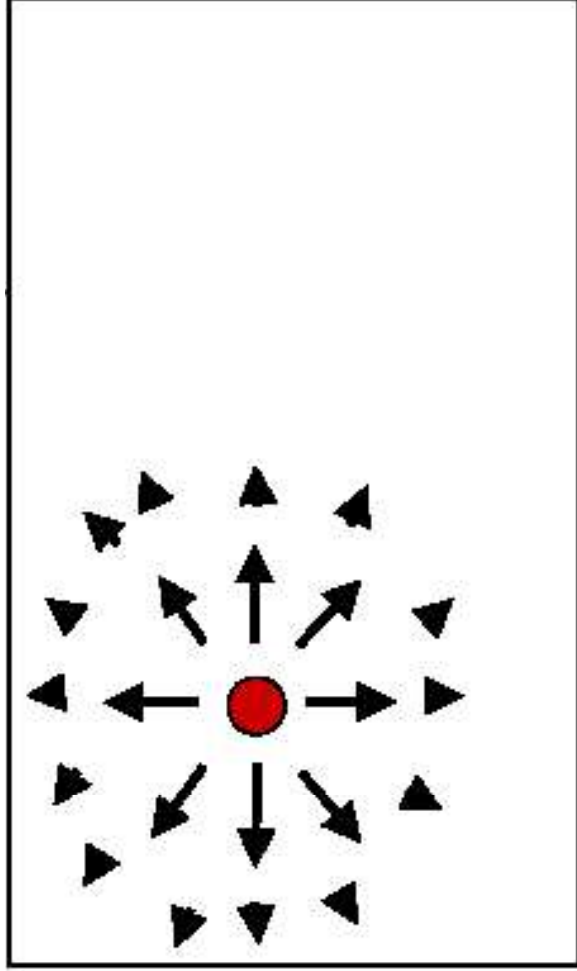


- Ruch losowy:

- kierunek i zwrot - przypadkowy
- wartość - stała



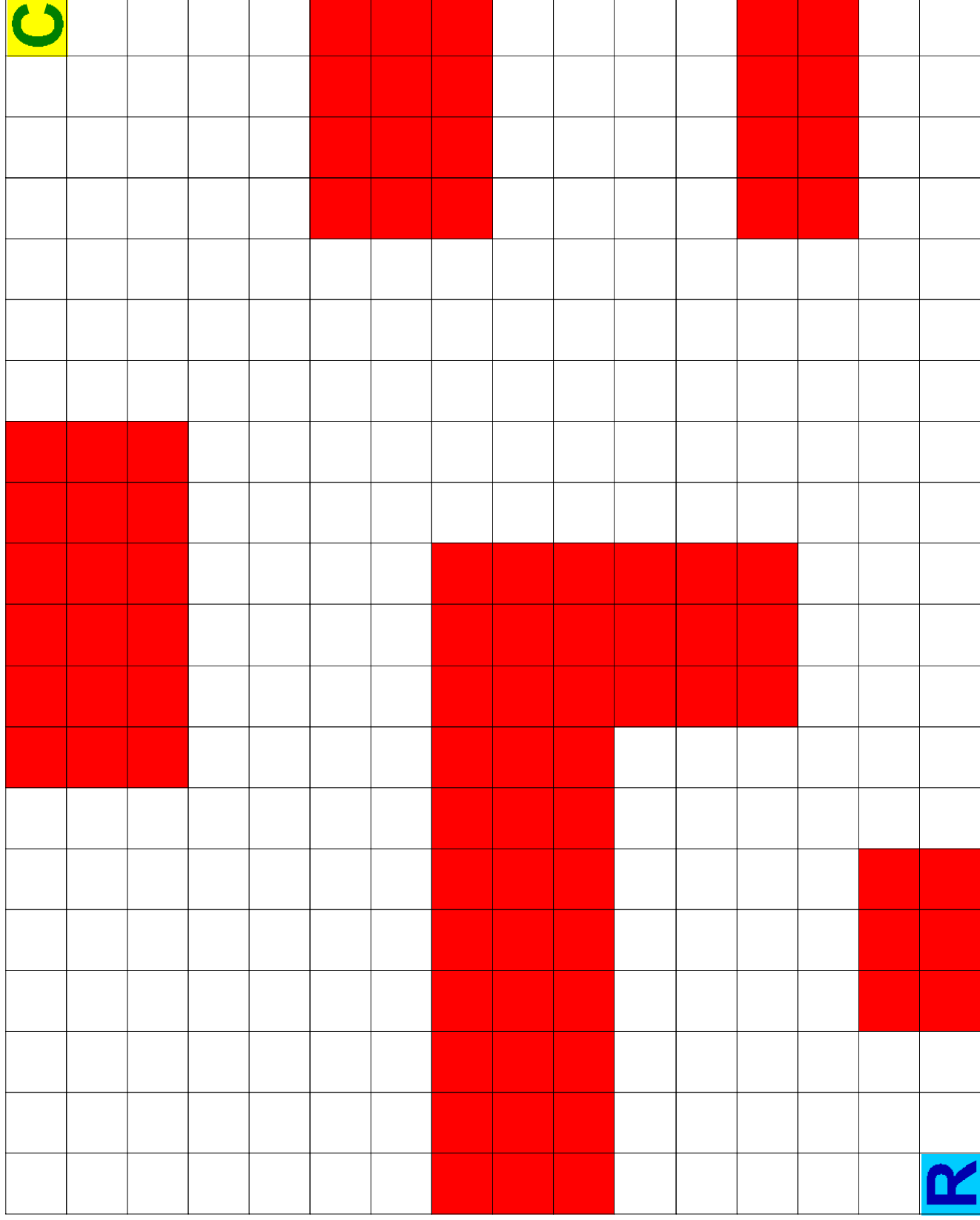
# Sumaryczne pole potencjałowe



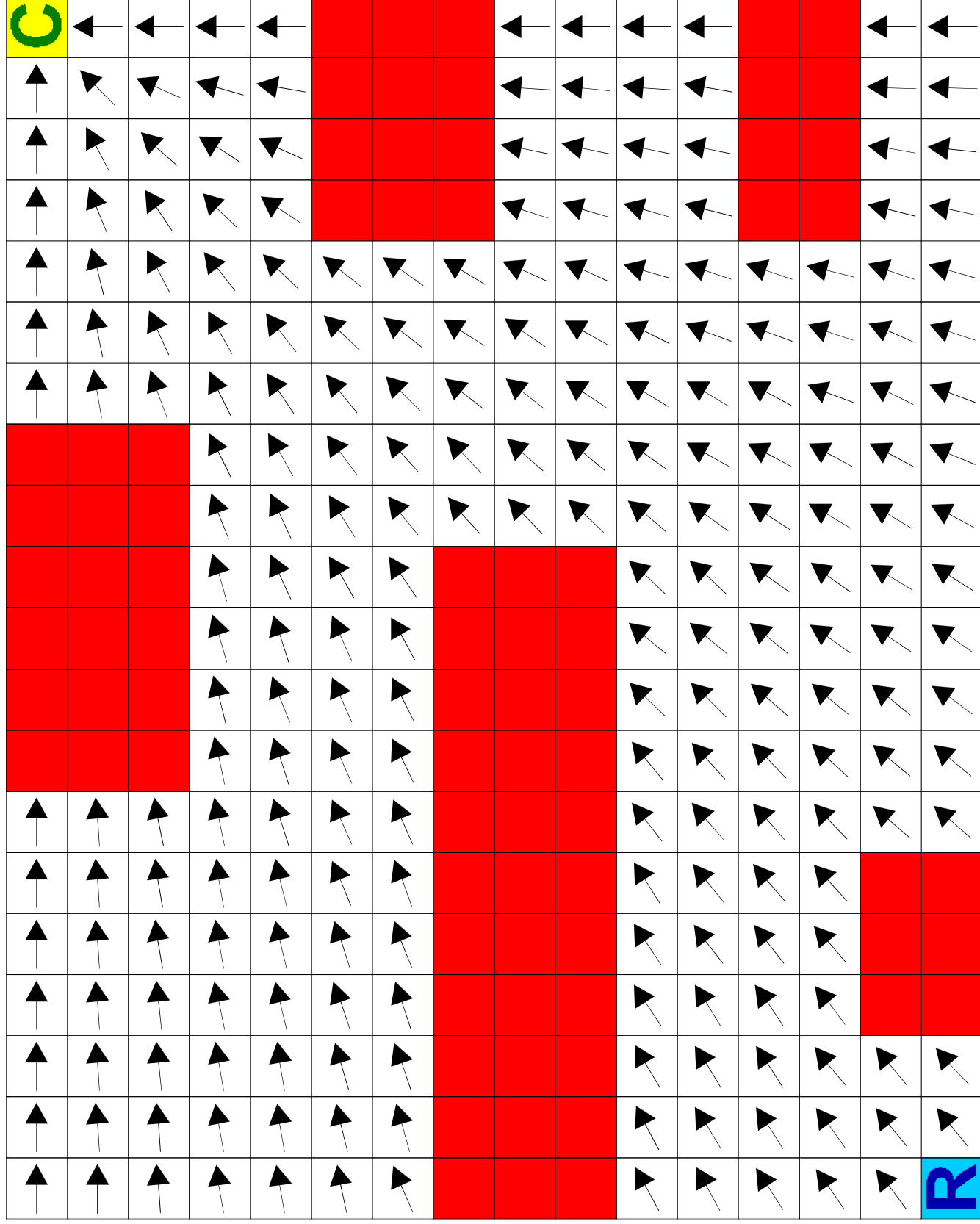
# Planowanie ścieżki

- Położenie celu robota: generuje przyciągające pole centralne o charakterze stałym (niezależne od odległości)
- Przeszkody: pola odpychające o ograniczonym zasięgu działania wokół przeszkód, siła odpychająca maleje wraz ze wzrostem odległości od przeszkody
- Efekt - robot porusza się do celu po gradiencie sumarycznego pola potencjałowego i omija przeszkody

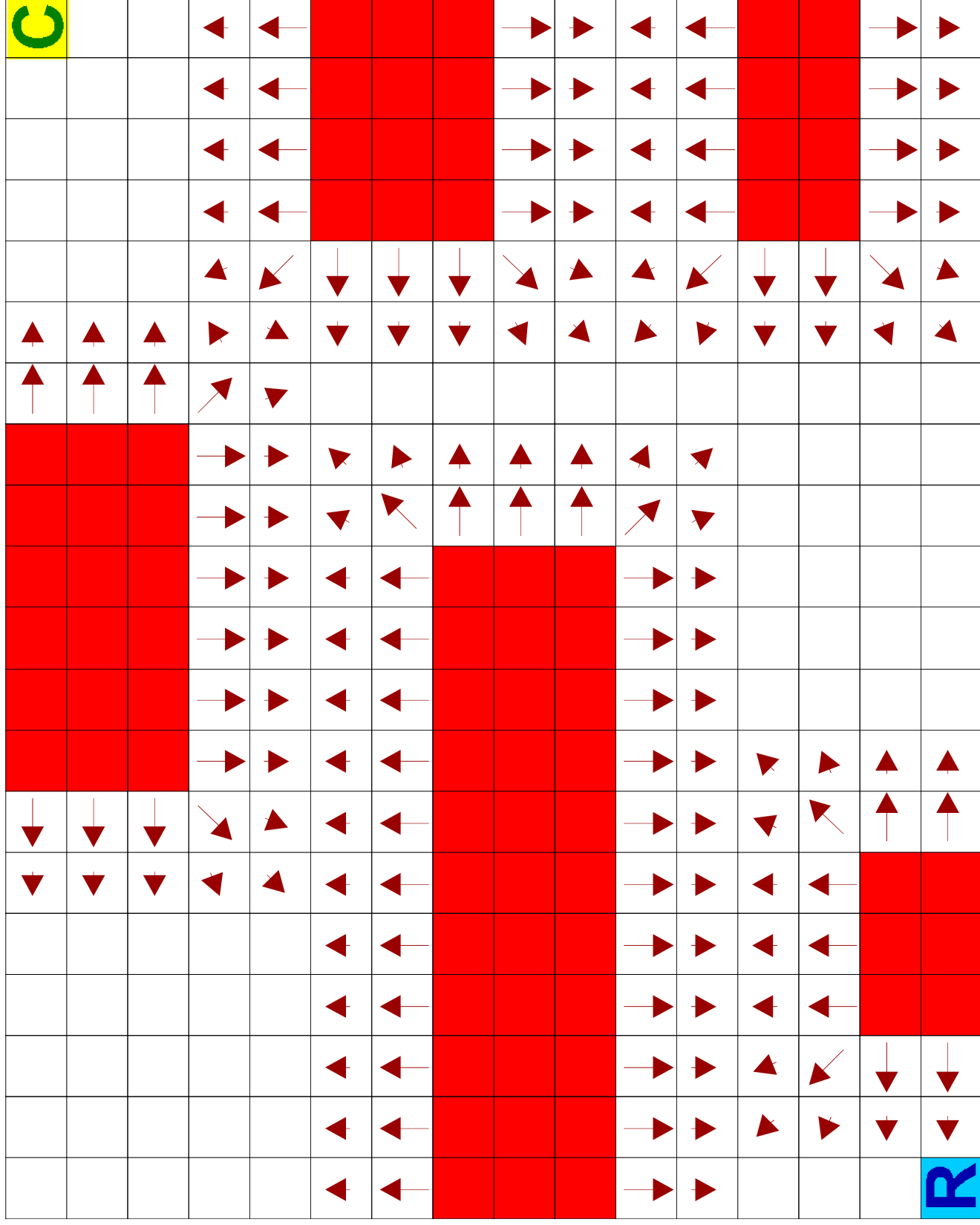
# Planowanie ścieżki - mapa



# Planowanie - przyciąganie do celu (1)

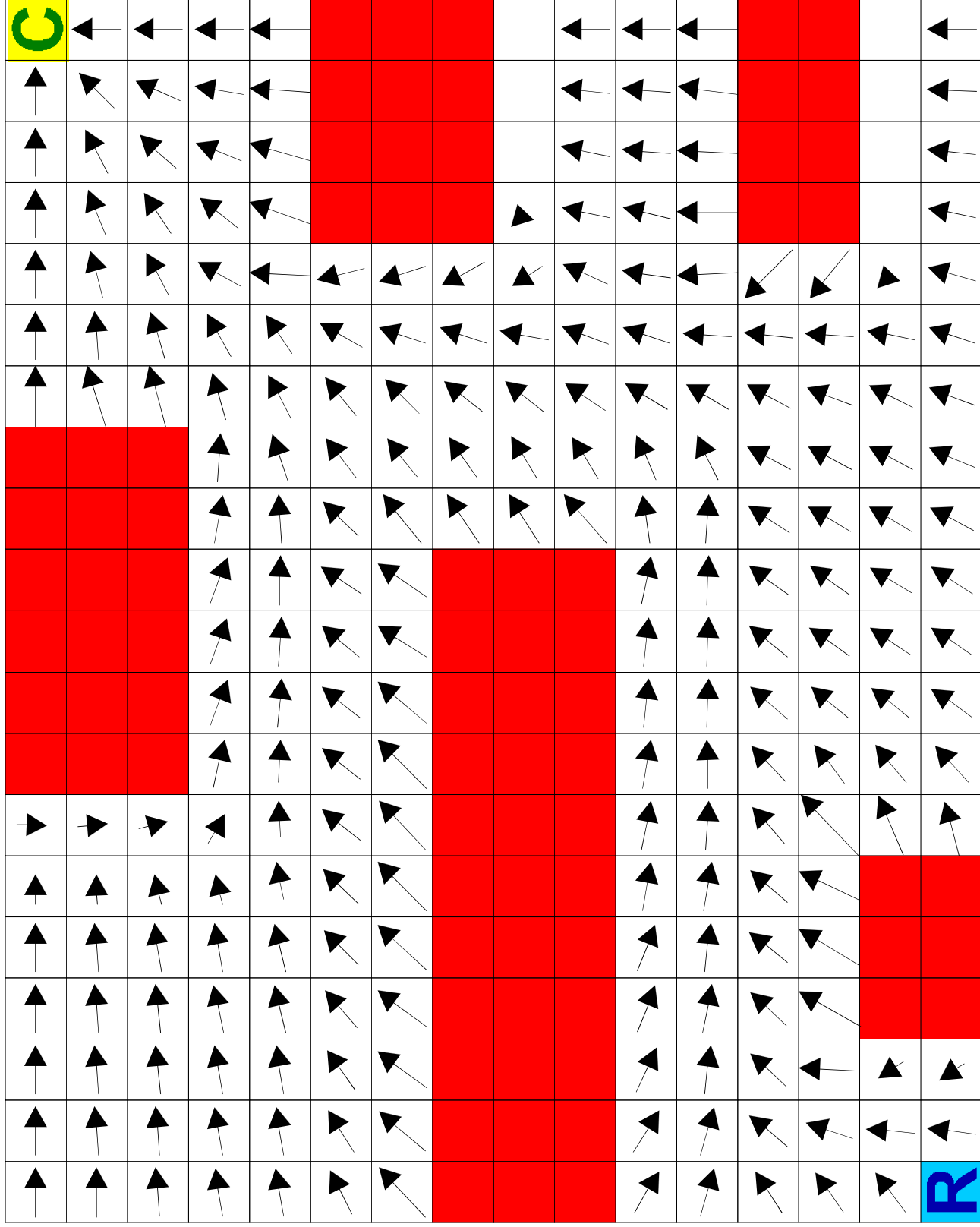


# Planowanie - odpychanie od przeszkód (2)

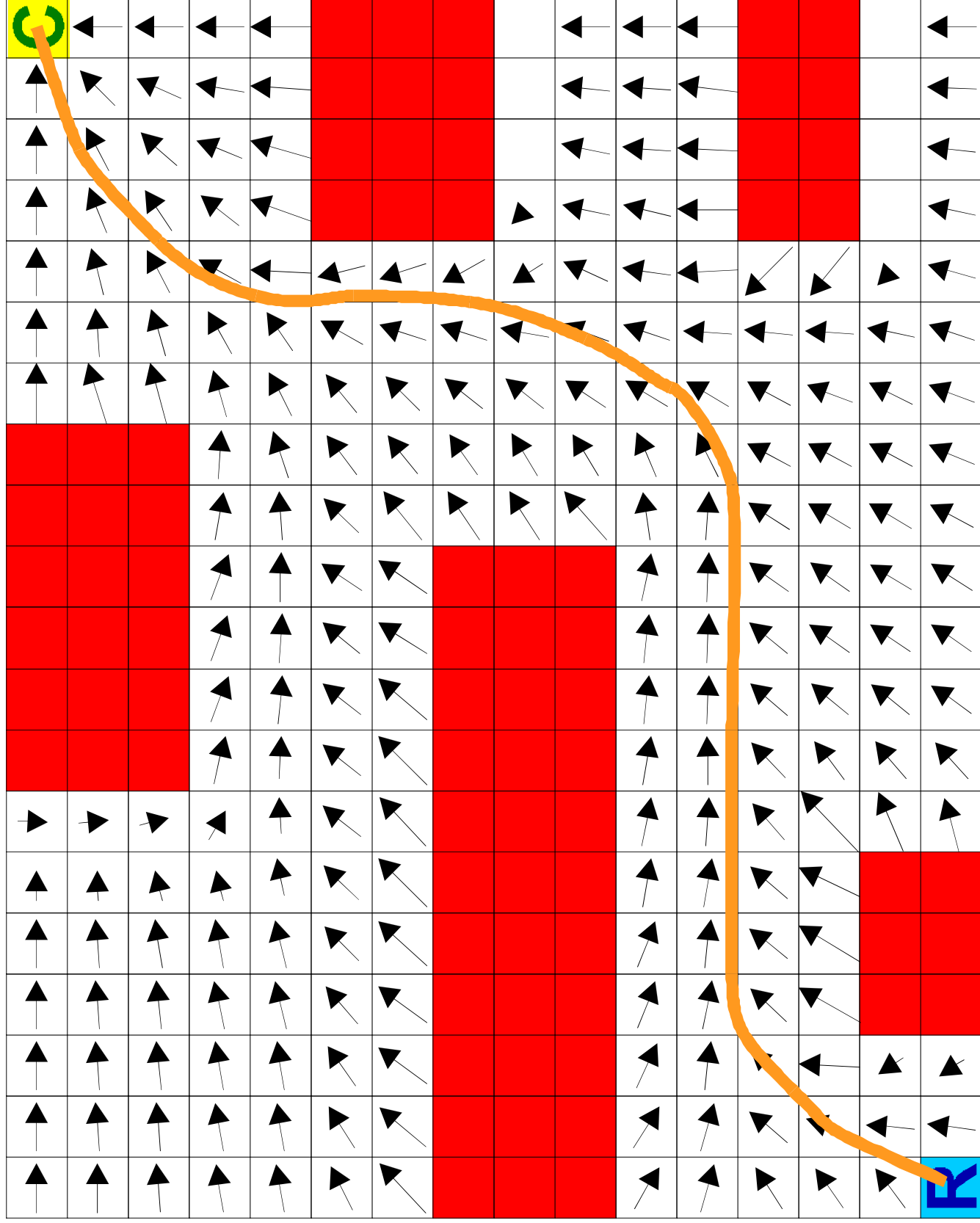




# Planowanie - pole summaryczne (1+2)

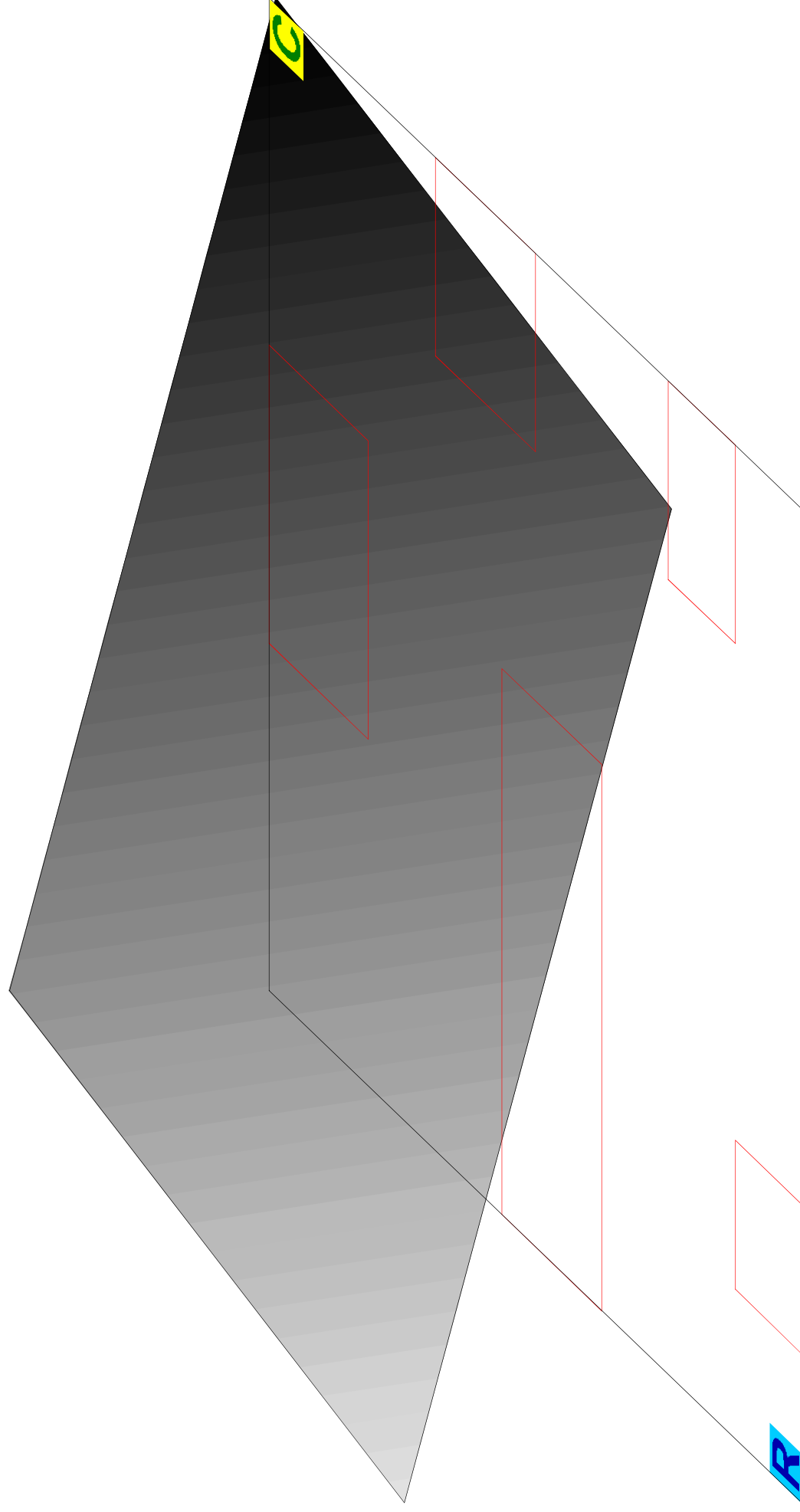


# Zaplanowana ścieżka robota



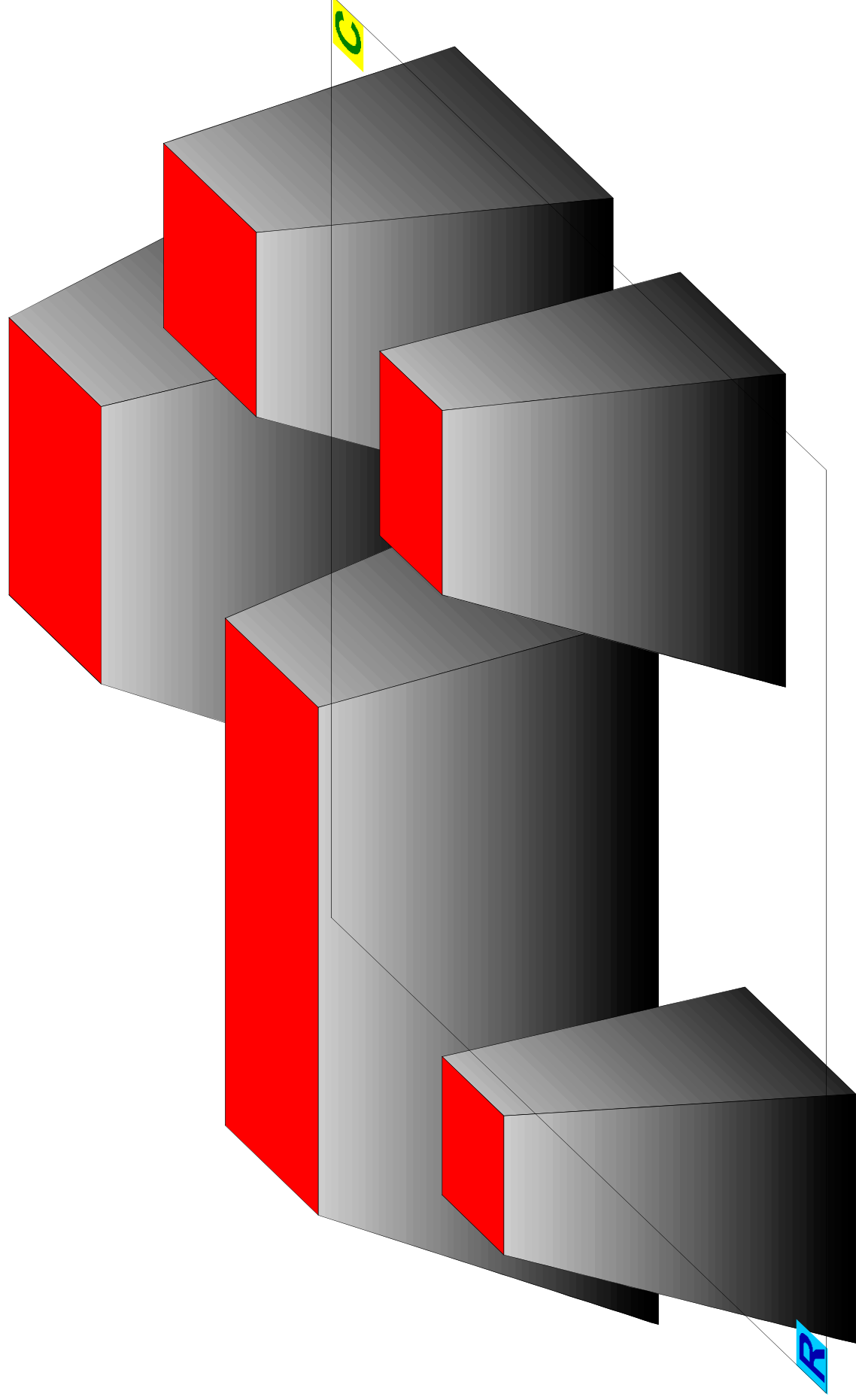
# Inna graficzna reprezentacja metody

- Powierzchnia reprezentująca przyciąganie do celu

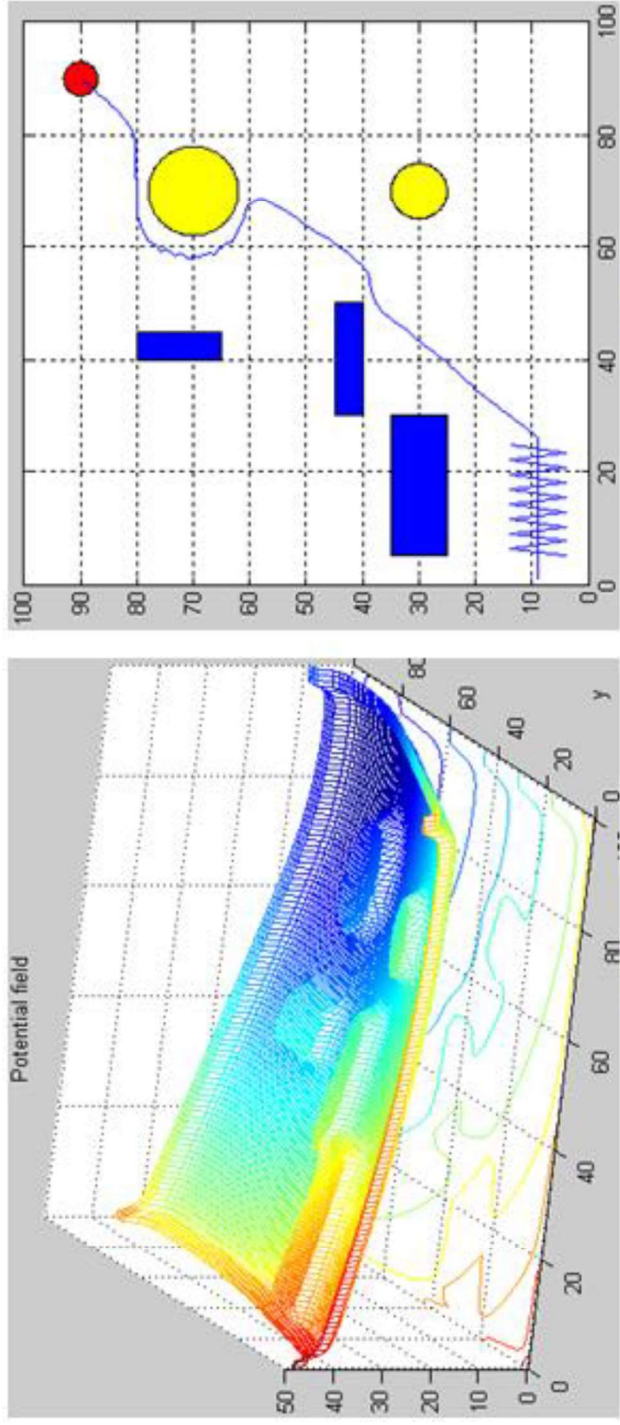


# Powierzchnie

- Odpychanie przeszkód

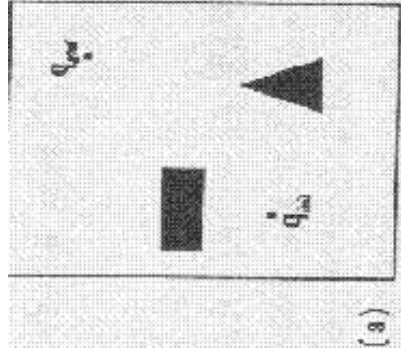
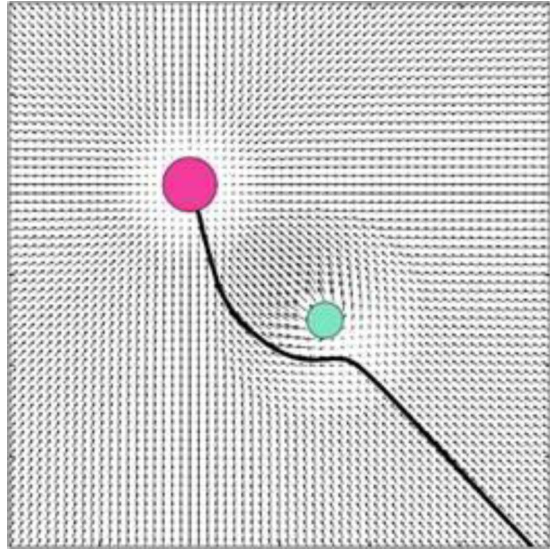


# Powierzchnie

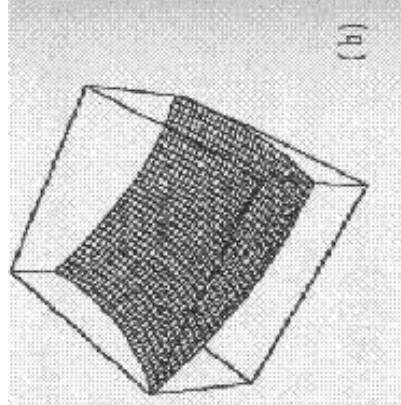


(a)

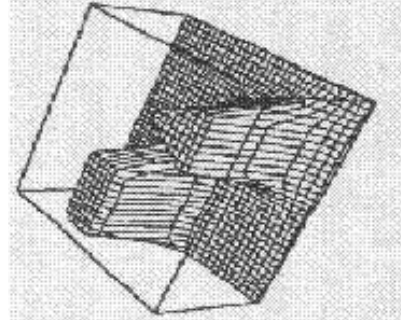
(b)



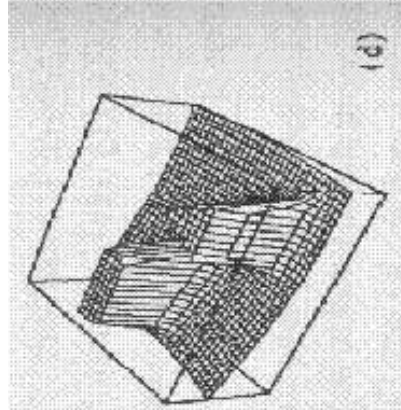
(a)



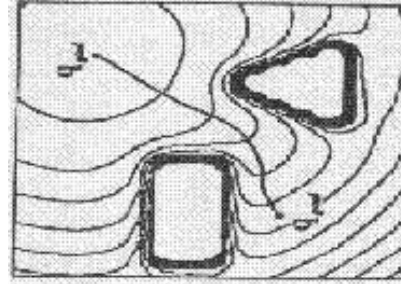
(b)



(c)



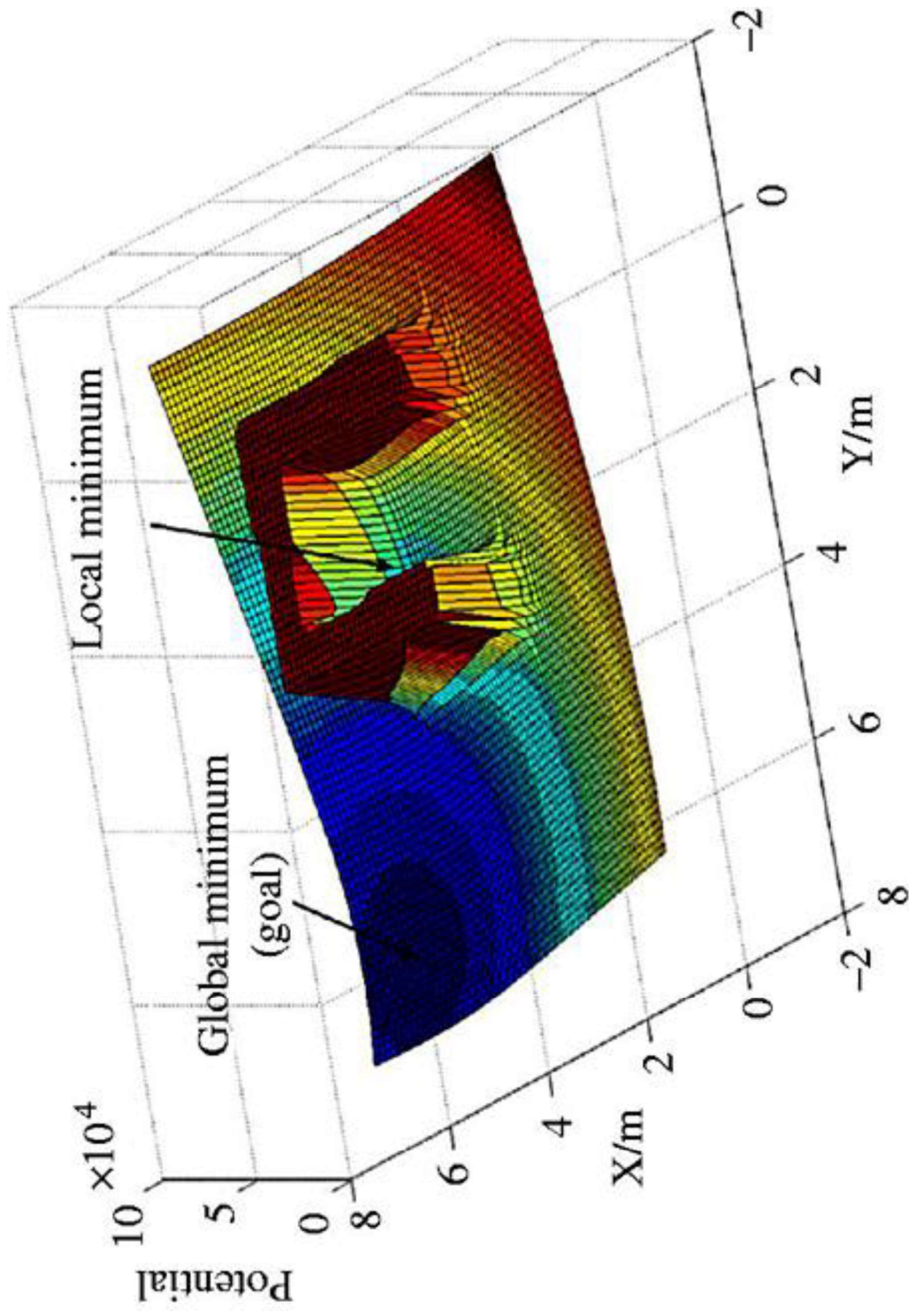
(d)



(e)



# Powierzchnie



# Powierzchnie

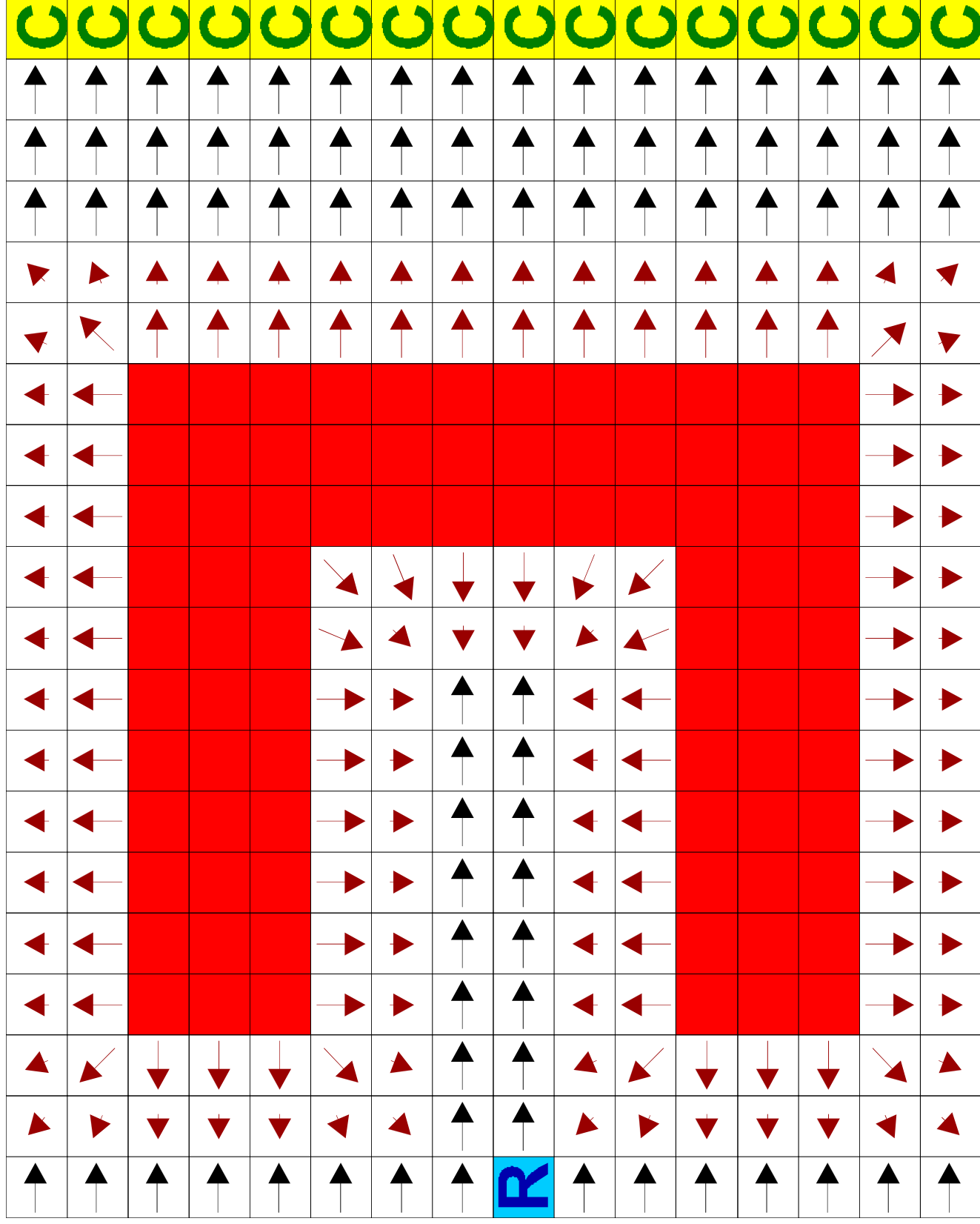
- Sumowanie oddziaływań
- Robot porusza się po powierzchni w polu grawitacyjnym
- Robot zachowuje się jak piłka puszczona na powierzchni będącą sumą oddziaływań

# Metoda pól potencjałowych - problemy

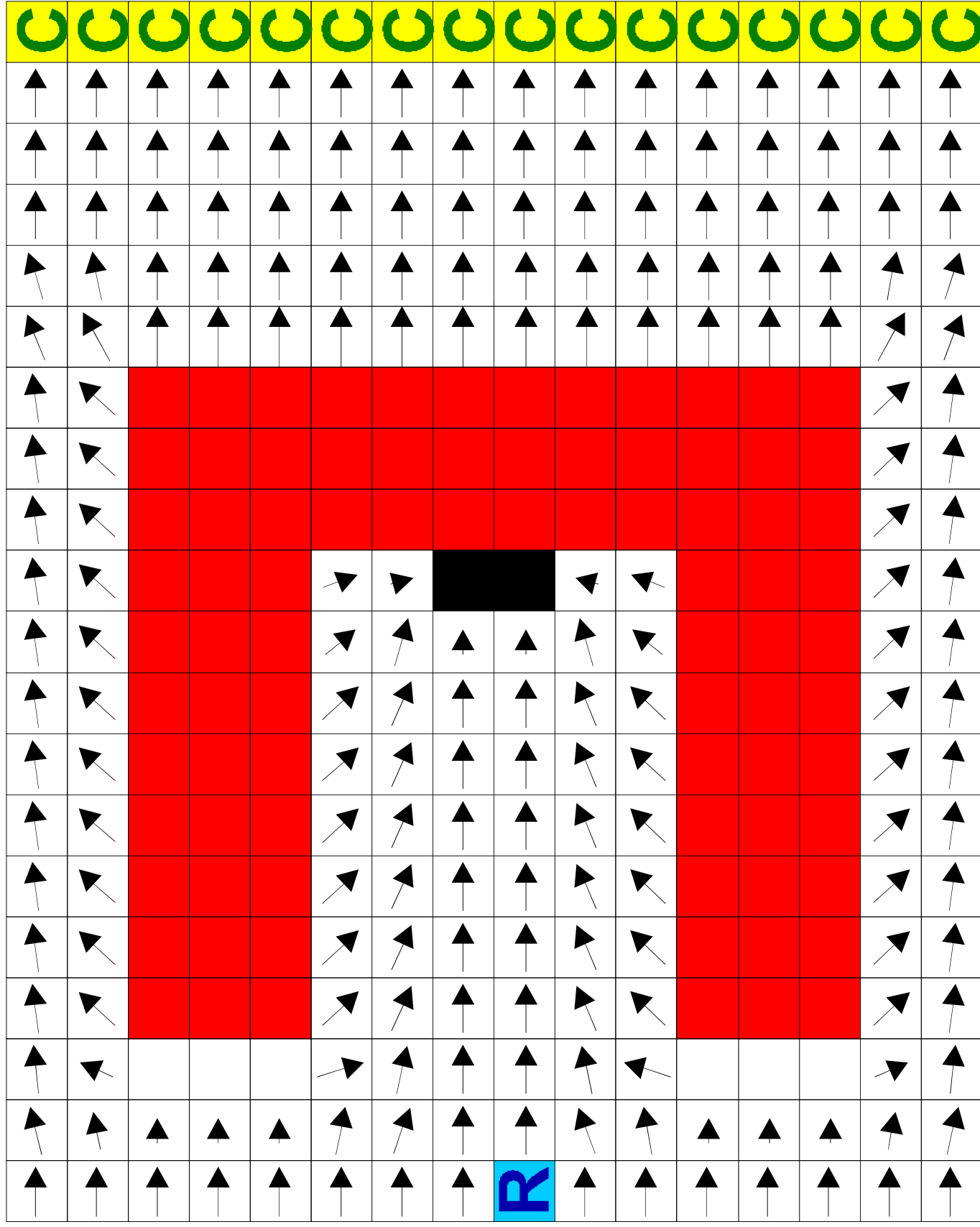
- Częstotliwość aktualizacji zmian parametrów ruchu
  - mała częstotliwość - utrata gładkości ścieżek
- Lokalne minima
  - w pewnych warunkach robot może „ugrzęznąć”



# Lokalne minima - pola od celu i przeszkód

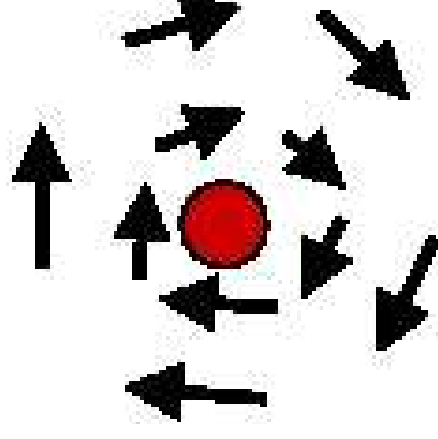


# Lokalne minimum - czarna dziura



# Jak radzimy sobie z minimami lokalnymi?

- Dodatkowy szum losowy - wyrzuca robota z minimum lokalnego
- Dodatkowy system unikania miejsc, które są zagrożone minimami
- Dodatkowe pole styyczne otaczające przeszkody
- Modyfikacje matematycznych postaci funkcji opisujących pola sił (bardzo skomplikowane matematycznie)



# Metody planowania ścieżki w grafie

Wybrane algorytmy grafowe:

- Algorytm Dijkstry
- Algorytm dyfuzyjny
- Algorytm A\*

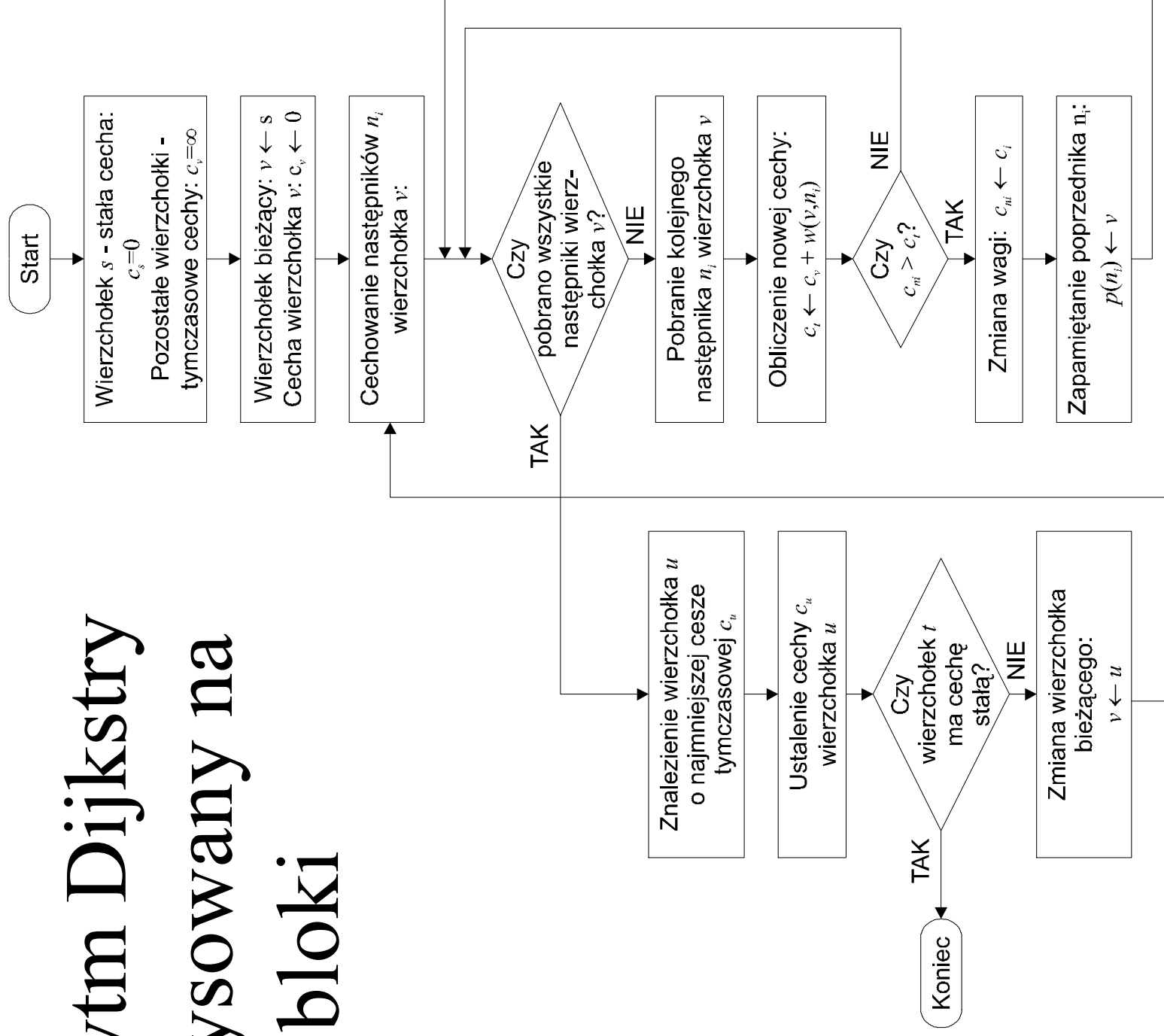
# Algorytm Dijkstry

Graf:

- wierzchołki - reprezentują punkty decyzyjne, wybrane innym algorytmem lub przez operatora
- łuki - reprezentują ścieżki między wierzchołkami
- wyróżniony wierzchołek  $s$  - startowy
- wyróżniony wierzchołek  $t$  - końcowy
- wszystkie łuki mają nieujemne wagi  $w(i, j)$ , gdzie  $i, j$  - dwa dowolne wierzchołki
- wagi - są proporcjonalne do odległości między punktami reprezentowanymi przez wierzchołki

# Algorytm Dijkstry

## - rozrysowany na bloki



# Algorytm Dijkstry

Początkowo:

- wierzchołkom są przypisywane *cechy* - określone wartości
- wierzchołek  $s$  ma cechę  $c_s = 0$
- wszystkie pozostałe wierzchołki mają cechy  $c_v = \infty$
- cecha wierzchołka  $s$  jest *stała*
- pozostałe wierzchołki mają cechy *tymczasowe*
- wierzchołek  $s$  staje się wierzchołkiem *bieżącym* ( $v$ )

# Algorytm Dijkstry (cechowanie)

1. Cechowane są wszystkie następniki wierzchołka  $v$ :

$$c_t = c_v + w(v, n) \quad (\text{cecha tymcz.} = \text{suma cechy } v \text{ i wagi łuku})$$

2. Jeżeli  $c_t < c_n$  (nowa cecha jest mniejsza)

to:

- cecha  $c_t$  staje się nową cechą  $c_n$
- zapamiętujemy poprzednika  $n$ :  $p(n) = v$

3. Szukany jest wierzchołek  $u$  z najmniejszą cechą tymczasową  $c_u$  - cecha ta staje się cechą stałą

4. Jeżeli wierzchołek  $t$  ma cechę stałą - koniec cechowania

5. Zmiana bieżącego  $v$  na  $u$  i idziemy do p.1.



# Algorytm Dijkstry (szukanie ścieżki)

- Poszukujemy (i zapamiętujemy) poprzednika wierzchołka  $t$ :  $p(t)$
- Poszukujemy (i zapamiętujemy) poprzednika poprzednika itd. aż dojdziemy do wierzchołka  $s$
- Zapamiętany w ten sposób ciąg wierzchołków odczytany od końca do początku reprezentuje *najkrótszą ścieżkę* od wierzchołka  $s$  do  $t$

*Przykład na tablicy*

# Algorytm Dijkstry - przykład

# Algorytm dyfuzyjny

- Uproszczenie algorytmu Dijkstry
- Tylko na mapę rastrową
- Łuki - bezpośrednio sąsiedztwo komórek
- Wagi łuków: odległości między środkami komórek
- Jak wcześniej: wierzchołki  $s$  i  $t$

Najważniejsza różnica względem alg. Dijkstry:

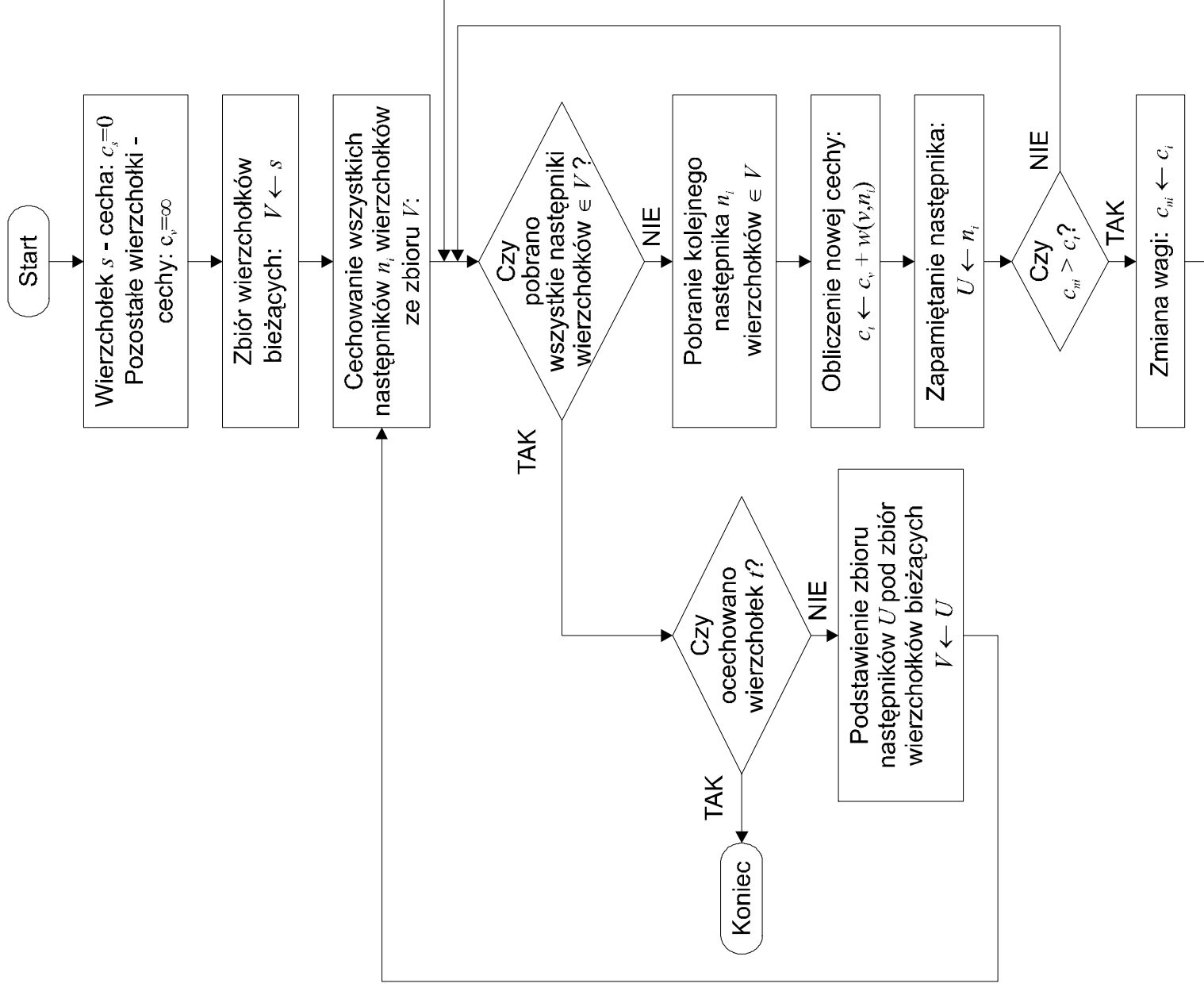
- zamiast wierzchołka bieżącego stosuje się *zbiór wierzchołków bieżących*

# Reprezentacja przeszków

Wierzchołki grafu reprezentujące *zajęte* klatki mapy rastrowej można przedstawić następująco:

1. usunąć je z grafu
2. nadać łukom przylegającym do tych wierzchołków wagi o bardzo dużych wartościach (można nadać wagi równe nieskończoności)
3. nadać wierzchołkom bardzo duże cechy, które są niezmiennie

# Algorytm dyfuzyjny - rozrysowany na bloki



# Algorytm dyfuzyjny

Początkowo:

- wierzchołek  $s$  ma cechę  $c_s = 0$
- wszystkie pozostałe wierzchołki mają cechy  $c_v = \infty$
- wierzchołek  $s$  wchodzi do zbioru wierzchołków *bieżących* ( $V$ )

# Algorytm dyfuzyjny (cechowanie)

**1.** Cechowane są wszystkie następniki wierzchołków ze

zbioru  $V$  cechami:

$$c_t = c_v + w(v, n) \quad (\text{suma cechy } v \text{ i wartości łuku})$$

Cechowany następnik zapamiętujemy w zbiorze  $U$

**2.** Jeżeli  $c_t < c_n$  (nowa cecha jest mniejsza)

to:

- cecha  $c_t$  staje się nową cechą  $c_n$
- zapamiętujemy poprzednika  $n$ :  $p(n) = v$

**3.** Jeżeli wierzchołek  $t$  ocechowany - **koniec** cechowania

**4.** Podstawienie zbioru  $U$  za  $V$  i skok do p.1.

# Algorytm dyfuzyjny (szukanie ścieżki)

- Poszukujemy (i zapamiętujemy) poprzednika wierzchołka  $t$ :  $p(t)$
- Poszukujemy (i zapamiętujemy) poprzednika poprzednika itd. aż dojdziemy do wierzchołka  $s$
- Zapamiętany w ten sposób ciąg wierzchołków odczytany od końca do początku reprezentuje *najkrótszą ścieżkę od wierzchołka  $s$  do  $t$*  (*dokładnie tak samo, jak dla algorytmu Dijkstry*)


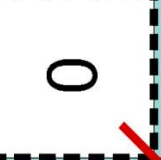
*Przykład na tablicy*



# Algorytm dyfuzyjny - nazwa

Nazwa algorytmu pochodzi od kształtu każdego ze zbiorów wierzchołków bieżących  $V$ . Zbiory te oddzielają całkowicie cel od klatek nieoczekiwanych (także od klatki zajętej przez robota) i w poszczególnych iteracjach algorytmu przypominają falę, rozprzestrzeniającą się wokół celu. Efekt ten można zaobserwować na kolejnym slajdzie.

# Algorytm dyfuzyjny - przykład

26	25	26	27	28	30	32	34
24	23	24	25	27	29	31	33
22	21	22	24	26	28	30	32
20	19						0
18	17						2
17	15						3
16	14	12	10	8	6	5	4
17	15	13	11	9	8	7	6

# Cechy algorytmu dyfuzyjnego

- Brak minimów lokalnych
- Dużo szybszy od alg. Dijkstry
- Szybszy w obliczeniach od pól potencjałowych
- Obecność przeszkód przyspiesza działanie algorytmu
- Łatwy do zaprogramowania
- Tylko na mapie rastrowej o stałej wielkości komórki

## Algorytm $A^*$ (A z gwiazdką)

- Zbliżony do alg. Dijkstry
- Dodatkowo sposób na redukcję liczby cechowanych wierzchołków w celu zwiększenia szybkości działania
- Ograniczenie cechowania wierzchołków do tych, przez które prowadzi potencjalnie najbardziej obiecujące drogi do celu
- Działa dobrze zarówno w zwykłych grafach, jak i na mapie rastrowej
- Aktualnie jeden z najpopularniejszych algorytmów

## A\*

- Cechy wierzchołków:
  - G - koszt ścieżki od startu do aktualnej pozycji (jak w alg. Dijkstry)
  - H - szacunkowa długość ścieżki do punktu docelowego
  - $F = G + H$
- Sprawdza się tylko wierzchołki ocechowane - sąsiadujące z bieżącym i jeszcze nie rozpatrywane
- Dzięki wpływowi funkcji H można zmniejszyć liczbę wierzchołków cechowanych przez ograniczenie przeszukiwań do min. wartości F - algorytm szybszy od a. Dijkstry

## A\* - funkcja heurystyczna

- H - odległość powinna być niedoszacowana - wtedy mamy gwarancję znalezienia rozwiązania optymalnego
- Wzrost jakości szacowania - szybkość alg. rośnie
- Może to być np. odległość euklidesowa
- Stosuje się też funkcję typu Manhattan (odległość obliczana jako suma odległości w pionie i w poziomie) - dosyć szybko się liczy

## A\* - poprawianie ścieżek

Często w wyniku działania algorytmu uzyskuje się ścieżki, w których robot często musi zmieniać orientację. Aby temu zapobiec:

- dodaje się pewną wartość do funkcji G w przypadku zmiany orientacji
- stosuje się poprawę ścieżki wykorzystując analizę widoczności między węzłami
- stosuje się wygładzanie na etapie realizacji między węzłami